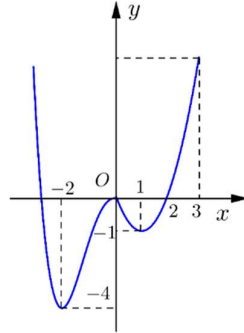


CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ
Phần 1: Trắc nghiệm (Chọn 1 phương án trong 4 phương án)

Bài 1: Tính đơn điệu và cực trị của hàm số

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;0)$. B. $(-2;-1)$. C. $(0;1)$. D. $(1;3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		$+\infty$		4		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;1)$. B. $(4;+\infty)$. C. $(-\infty;2)$. D. $(0;1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 6x + 1$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty;-\sqrt{2})$. B. $(-\infty;0)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(-\sqrt{2};\sqrt{2})$.

Câu 4. Hàm số nào đồng biến trên tập \mathbb{R} trong các hàm số dưới đây?

- A. $y = x^4$. B. $y = x^3 + 2x$. C. $y = x^2 + x + 1$. D. $y = -3x + 2$.

Câu 5. Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = x \cdot \ln x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.
- B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

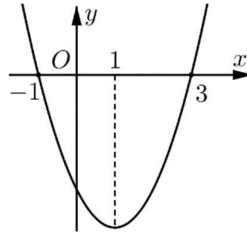
Câu 7. Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2 - 2x + 2}$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- B. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(3-x)^2$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$.
- B. $(-\infty; 0)$.
- C. $(-3; +\infty)$.
- D. $(-\infty; -1)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$.

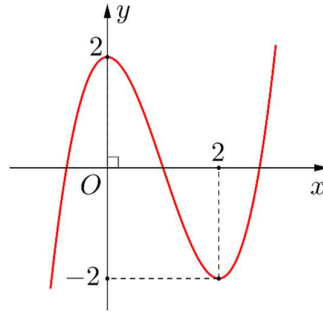
Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$	-4	0	$-\infty$

Hỏi hàm số $y = f(3-x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$.
- B. $(2; 4)$.
- C. $(-4; 0)$.
- D. $(-4; -2)$.

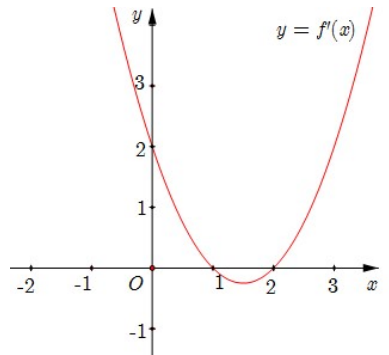
Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hỏi hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -\sqrt{2})$. B. $(0; \sqrt{2})$. C. $(-\sqrt{2}; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình sau.



Hàm số $g(x) = f(3-2x) + 2024$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(\frac{1}{2}; 1)$. C. $(0; \frac{1}{2})$. D. $(-\infty; \frac{1}{2})$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$		

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3 B. Hàm số có hai điểm cực tiểu
 C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0 D. Hàm số có ba điểm cực trị

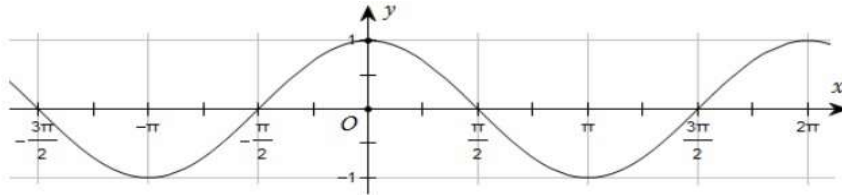
Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	$-\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x=3$. B. $x=-1$. C. $x=2$. D. $x=-3$.

Câu 16. Cho hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ có đồ thị như hình vẽ bên



Hàm số $y = \cos x$ có bao nhiêu cực trị trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$-$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 20. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. B. Hàm số không có cực trị.
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. D. Hàm số có 2 điểm cực trị.

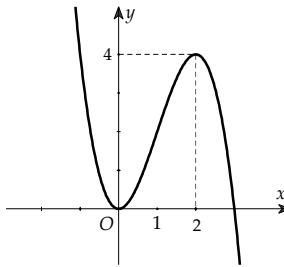
Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{3^x}{\ln 3} - 9x + 17$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
 C. Hàm số đạt cực trị tại $x = 2$ D. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{9}{\ln 3} - 1$

Câu 22. Hàm số $y = xe^{-3x}$ đạt cực đại tại

- A. $x = \frac{1}{3e}$. B. $x = \frac{1}{3}$. C. $x = \frac{1}{e}$. D. $x = 0$.

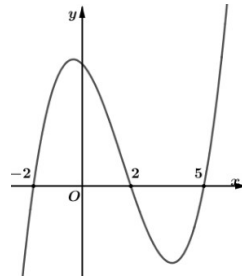
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3)$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới

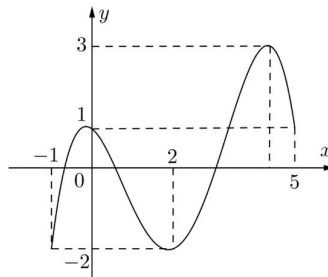


Hàm số $g(x) = f(3-2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Bài 2: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng

- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0	+
y	$-\infty$	↗ 0	↘ -1	↗ $+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau

x	-5	1	7
y'		- 0	+
y	6	↘ 2	↗ 9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\text{Min}_{[-5;7)} f(x) = 6$. B. $\text{Min}_{[-5;7)} f(x) = 2$. C. $\text{Max}_{[-5;7)} f(x) = 9$. D. $\text{Max}_{[-5;7)} f(x) = 6$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		-	- 0	+ 0	-

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$ B. $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$ C. $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$ D. $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

- A. 2. B. -23. C. -22. D. -7.

Câu 30. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2;4]$.

- A. $\min_{[2;4]} y = -3$ B. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$ C. $\min_{[2;4]} y = 6$ D. $\min_{[2;4]} y = -2$

Câu 31. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $[\frac{1}{2};2]$.

- A. $m = 5$ B. $m = 3$ C. $m = \frac{17}{4}$ D. $m = 10$

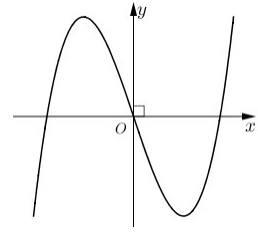
- Câu 32.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$
- A. $M = \frac{1}{3}$. B. $M = -\frac{1}{3}$. C. $M = 5$. D. $M = -5$
- Câu 33.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng
- A. $\frac{\ln 2}{2}$. B. $\frac{\ln 3}{3}$. C. $\frac{3}{e^2}$. D. $\frac{1}{e}$.
- Câu 34.** Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.
- A. $\min_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}$ B. $\min_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$ C. $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$ D. $\min_{(0;+\infty)} y = 7$
- Câu 35.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{3}$ trên tập xác định của nó là
- A. $2 + \sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 0 . D. $\sqrt{3}$.
- Câu 36.** Mệnh đề nào sau đây là đúng về hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+5}}$ trên tập xác định của nó.
- A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.
 B. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
 D. Hàm số có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.
- Câu 37.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$.
- A. -20 . B. -8 . C. -9 . D. 0 .
- Câu 38.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\cos x - \frac{4}{3}\cos^3 x$ trên $[0; \pi]$.
- A. $\max_{[0;\pi]} y = \frac{2}{3}$. B. $\max_{[0;\pi]} y = \frac{10}{3}$. C. $\max_{[0;\pi]} y = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\max_{[0;\pi]} y = 0$.
- Câu 39.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:
- A. $2e^4$ B. $-e^2$ C. $2e^2$ D. $-2e^2$
- Câu 40.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^{x+1} - \frac{4}{3} \cdot 8^x$ trên $[-1; 0]$ bằng
- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Bài 3: Đường tiệm cận của hàm số

- Câu 41.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Bài 4: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

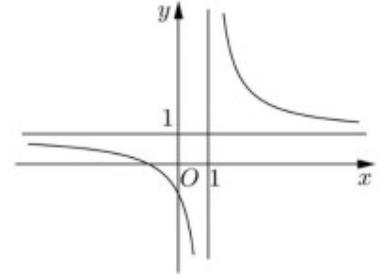
Câu 50. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

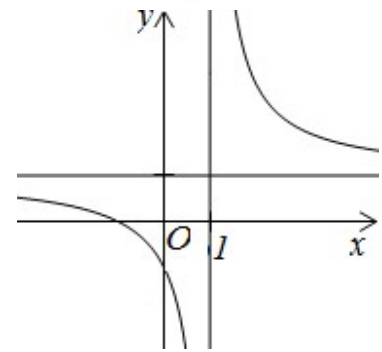
Câu 51. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = x^4 + x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x - 1$

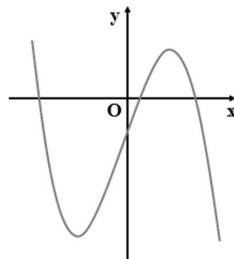
Câu 52. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ B. $y' > 0, \forall x \neq 1$

C. $y' < 0, \forall x \neq 1$ D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 53. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

C. $a > 0, d < 0$.

D. $a < 0, d < 0$.

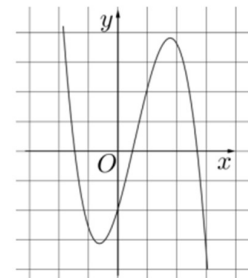
Câu 54. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

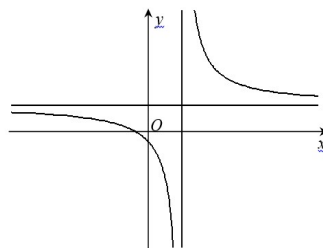
B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.



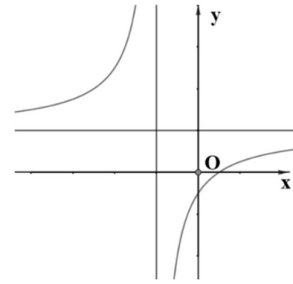
Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $ac > 0; bd > 0$ B. $ab < 0; cd < 0$ C. $bc > 0; ad < 0$ D. $ad > 0; bd < 0$

Câu 56. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.

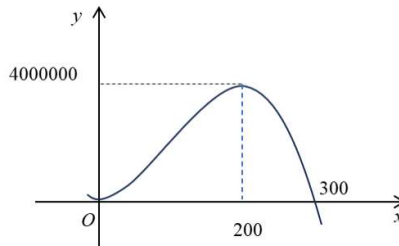


Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $ad > 0$ và $bd > 0$. B. $ad > 0$ và $ab < 0$.
C. $bd < 0$ và $ab > 0$. D. $ad < 0$ và $ab < 0$.

Bài 5: Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn

Câu 57. Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 300$) được cho bởi hàm số $y = -x^3 + 300x^2$ (đơn vị: đồng) và được minh họa bằng đồ thị ở hình bên dưới.



Cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để doanh nghiệp thu được lợi nhuận cao nhất?

- A. 4000000. B. 300 C. 200. D. 150.

Câu 58. Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một parabol $y = -\frac{3}{1000}x^2 + x$, có tọa độ đỉnh là $I\left(\frac{500}{3}; \frac{250}{3}\right)$, trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc O , y (mét) là độ cao của vật so với mặt đất. Độ cao lớn nhất của vật trong quá trình bay là

- A. $\frac{500}{3}$. B. $\frac{250}{3}$ C. $\frac{1000}{3}$. D. 250.

Câu 59. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó, Vận tốc $v(t)$ của vật có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$		0	
$v(t)$	0	12	$-\infty$

- A. $14(m/s)$. B. $16(m/s)$. C. $10(m/s)$. D. $12(m/s)$.

Câu 60. Một thanh sắt chiều dài $AB = 100$ m được cắt thành hai phần AC và CB với $AC = x$ (m) Đoạn AC được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng AC và đoạn CB được uốn thành tam giác đều có chu vi bằng CB . Biết tổng diện tích của hình vuông và tam giác

đều được biểu diễn bởi hàm số $f(x) = \frac{x^2}{16} + \frac{(100-x)^2 \cdot \sqrt{3}}{36}$, $\forall x \in (0;100)$, với đạo hàm

$$f'(x) = \frac{x}{8} - \frac{(100-x) \cdot \sqrt{3}}{18}, \forall x \in (0;100).$$

Khi tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** $x \in (52;58)$. **B.** $x \in (40;48)$. **C.** $x \in (48;52)$. **D.** $x \in (30;40)$.

Câu 61. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60 cm, thể tích 96000 cm³. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 700000 VND/m² và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 1000000 VND/m² (giá thành làm kính đã bao gồm phí gia công). Giá thành của bể cá được xác định theo hàm số sau:

$$f(x) = 2.0,6 \left(x + \frac{0,16}{x} \right) \cdot 700000 + 1000000 \cdot x \cdot \frac{0,16}{x}, \text{ có bảng biến thiên như sau}$$

x	0	0,4	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$				

$f(0,4)$

Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

- A.** 812000 VND. **B.** 802000 VND. **C.** 822000 VND. **D.** 832000 VND.

Câu 62. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 3t^2 + 20$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hàm vận tốc $v(t)$ có bảng biến thiên như hình sau. Hỏi từ khi vật bắt đầu chuyển động, đến thời điểm nào vật đạt vận tốc lớn nhất

t	0	2	$+\infty$	
$v'(t)$		+	0	-
$v(t)$				

6 $-\infty$

- A.** 3 giây. **B.** 2 giây. **C.** 4 giây. **D.** 1 giây.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, HS chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$.

- a)** Tập xác định của hàm số là $(1; +\infty)$.
b) Hàm số có đạo hàm là $y' = 3x^2 + 6x + 9$.
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.
d) Đồ thị hàm số đạt cực trị tại 2 điểm A, B . Chu vi của tam giác OAB bằng $3\sqrt{197} + 4\sqrt{65} + \sqrt{101}$ (với O là gốc tọa độ).

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

a) $f'(x) = -\frac{2}{(x-1)^2}$.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

c) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

d) Hàm số $f(x)$ không có cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$.

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

b) Cực đại của hàm số $f(x)$ là 1.

c) Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

d) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{3x - x^2}$.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{3}{2}$.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

d) Gọi d là đường thẳng đi qua điểm cực trị của đồ thị hàm số và cắt hai tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B . Khi diện tích tam giác OAB nhỏ nhất, phương trình đường thẳng d có dạng $y = mx + n$ thì $3m - 2n$ là một số âm.

Câu 5. Xét hàm số $y = \cos x - x$.

a) Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

b) Hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{\pi}{2}$.

c) Hàm số không có cực trị.

d) Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 6. Cho hàm số $y = e^{x^2-1}$.

a) Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

d) Hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 7. Cho hàm số $y = \log_2(x^2 - 4x + 5)$ có đồ thị là (C) .

a) Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

d) Giả sử đồ thị hàm số (C) cắt đường thẳng $(d): y=1$ tại hai điểm A, B và có điểm cực trị là M . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MAB bằng 2.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-3)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

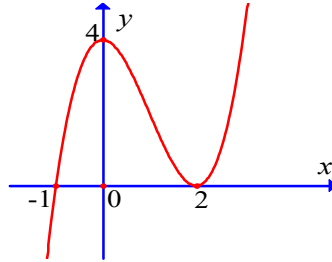
a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

c) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) Hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

c) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x+1}$

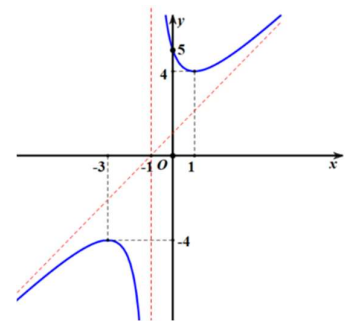
a) $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$

b) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực

trị của hàm số là $y = 2x - 2$.

c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.

d) Đồ thị của hàm số có hình vẽ như bên.



Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	1	3	5	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

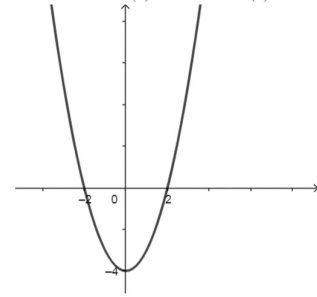
a) Hàm số $g(x) = f(3-2x) + 2025$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -1\right)$.

b) Hàm số $g(x) = f(3-2x) + 2025$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

c) Hàm số $g(x) = f(3-2x) + 2025$ có 3 điểm cực trị.

d) Hàm số $g(x) = f(3-2x) + 2025$ có 1 điểm cực tiểu

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ là một parabol có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



a) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.

c) Hàm số $y = f(2x+4)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

d) Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có ba điểm cực trị.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$.

a) $f(0) = 3$.

b) Với $m = 6$, thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

d) Có 3 giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x+5m}$.

a) Điều kiện xác định của hàm số là $x \neq -5m$.

b) Với $m = 1$, thì hàm số $f(x)$ đồng biến với $\forall x \neq -5$.

c) Có 2 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$.

d) Có 1 giá trị của tham số $m \in \mathbb{N}$ để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0; 1]$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2mx^2 - 2m$.

a) Khi $m = 1$ hàm số có ba cực trị.

b) Hàm số có hai cực tiểu khi và chỉ khi $m \geq 0$.

c) Có tất cả 100 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $m \geq -100$ để hàm số có một cực trị.

d) Có đúng hai giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông.

Câu 16. Một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình: $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$, trong đó

t tính bằng giây và s tính bằng mét. Khi đó:

a) Vận tốc của vật tại các thời điểm $t = 3$ giây là $v(3) = 1m/s$.

b) Quãng đường vật đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vật đứng yên là $162(m)$

c) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ giây: $a(3) = 2m/s^2$.

d) Trong 9 giây đầu tiên, vật tăng tốc khi $t \in [0; 4]$.

Câu 17. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi hàm số có công thức $c(t) = \frac{t}{t^2+1}$ (mg/L)

Khi đó

a) Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau 3 giờ là $c(3) = \frac{3}{10}(mg/L)$.

b) Đạo hàm của hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2+1}$ là $c'(t) = \frac{1-t^2}{(t^2+1)^2}$.

c) Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân tăng trong khoảng $t \in (0; 2)$.

d) Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất khi $t = \frac{1}{2}$.

Câu 18.

a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ là -5 .

b) Hàm số $y = 4x^3 - 12x^2 + 9x$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 1]$ tại điểm $x = 2$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ là 4 .

d) Hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm của của số như sau: $f'(x) = (x-3)(x+3)(x-1)^2$.

a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ là $f(-3)$.

b) Hàm số có giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} .

c) Gọi $g(x) = f(-2x+3)$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là $g(3)$.

d) Gọi $h(x) = f(-x+5)$ và $h(0) + h(4) = h(2) + h(8)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)$ trên đoạn $[0; 8]$ là $h(8)$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	-1	$\nearrow +\infty$		$\searrow -1$	
			$-\infty$		

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 2$

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $x = -1$

c) Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là 2

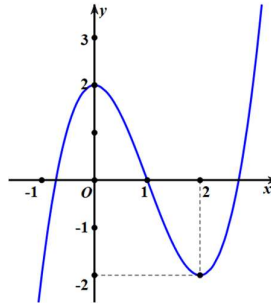
d) Hàm số đồng biến trên \mathbb{R}

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+		- 0 +		
$f(x)$	$-\infty$	2	4	-1	6

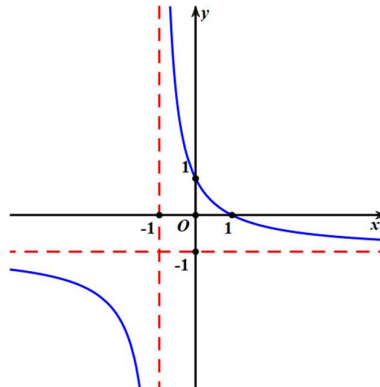
- a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$
 b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 6$
 c) Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là 2
 d) Tổng số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+2}$ là 1

Câu 22. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ



- a) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(2;0)$.
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
 c) Hệ số $c = 0$.
 d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(4;10)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ



- a) Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$

c) $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$

d) Hệ số $a = 2$.

Câu 24. Để làm một cửa sổ có dạng một hình bán nguyệt và một hình chữ nhật ghép lại như hình vẽ bên dưới, người ta dùng 8 m dây thép để làm các đường viền. Gọi x, y là độ dài cạnh của khung hình chữ nhật.



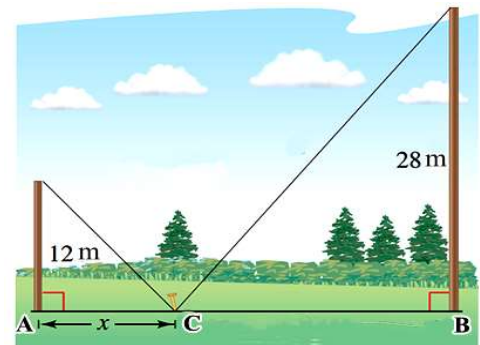
a) Chiều dài dây để uốn ra bán nguyệt là $\frac{\pi x}{2}$.

b) Giá trị của y tính theo x là $4 - \frac{x(4+\pi)}{4}$.

c) Diện tích của cửa sổ là $S = 4x - x^2$.

d) Khi diện tích của cửa sổ lớn nhất thì $y = \frac{16}{8+\pi}$.

Câu 25. Có hai cây cột, một cây cao 12 m và một cây cao 28 m đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng hai sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nổi từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột. Gọi x là khoảng cách từ cột cao 12 m đến cọc.



a) Để tổng chiều dài của dây ngắn nhất thì $x \in (0; 30)$.

b) Chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 28 m là $\sqrt{1684+x^2}$.

c) Tổng chiều dài của dây là $\sqrt{144+x^2} + \sqrt{1684-60x+x^2}$.

d) Tổng chiều dài ngắn nhất của dây là 48,5 m.

Câu 26. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 8t + 1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Các phát biểu sau đúng hay sai

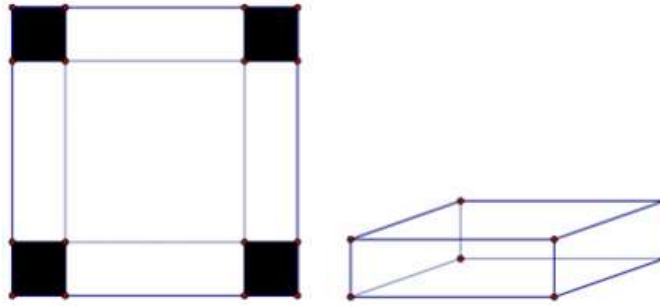
a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$ bằng $8 m/s$.

b) Tại thời điểm mà chất điểm di chuyển được 13m, vận tốc khi đó bằng $8 m/s$.

c) Vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là $5 m/s$.

d) Gia tốc tại thời điểm chất điểm đạt vận tốc nhỏ nhất bằng $2 m/s^2$.

Câu 27. Cho một tấm nhôm hình vuông có cạnh bằng $30(cm)$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó thành bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh $x(cm)$, rồi gập tấm nhôm lại để thành cái hộp không nắp.



- a) Đáy của hộp là một hình vuông có cạnh bằng $30-x(cm)$
- b) Nếu $x = 3cm$ thì thể tích hộp bằng $1500(cm^3)$.
- c) Thể tích hộp đạt giá trị lớn nhất khi $x = 15(cm)$
- d) Giá trị lớn nhất của hộp bằng $2000cm^3$.

Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Ở mỗi câu, học sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024; 2024]$ để hàm số $y = \sqrt{x^2+1} - mx - 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

Đáp số:

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$?

Đáp số:

Câu 3. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Đáp số:

Câu 4. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $OA = OB$ (O là gốc tọa độ)?

Đáp số:

Câu 5. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$?

Đáp số:

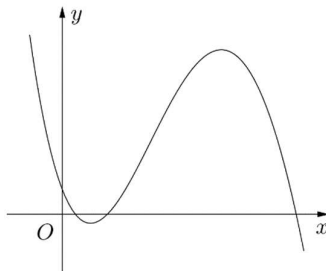
- Câu 6.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$?
- Đáp số:**
- Câu 7.** Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$?
- Đáp số:**
- Câu 8.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có đúng một điểm cực trị?
- Đáp số:**
- Câu 9.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3 \sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2$ bằng bao nhiêu?
- Đáp số:**
- Câu 10.** Có bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .
- Đáp số:**
- Câu 11.** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2020$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$?
- Đáp số:**
- Câu 12.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10; 10]$, để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
- Đáp số:**
- Câu 13.** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x}$ là
- Đáp số:**
- Câu 14.** Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận?
- Đáp số:**
- Câu 15.** Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

Đáp số:

Câu 16. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



Đáp số:

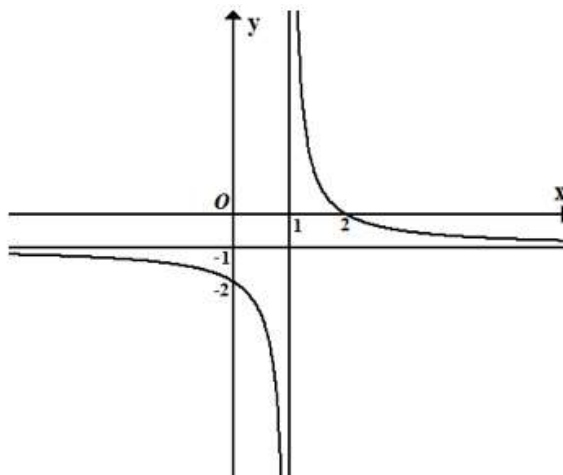
Câu 17. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	1	$+\infty$	

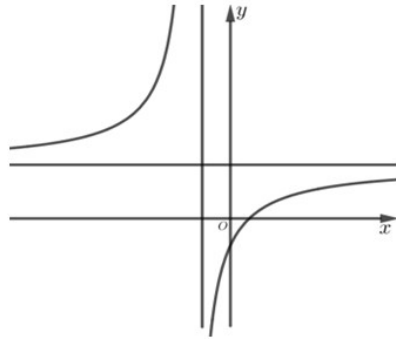
Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

Đáp số:

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$? **Đáp số:**

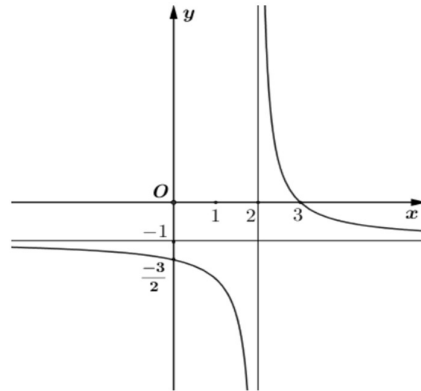


Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



Đáp số:

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a - 2c$.



Đáp số:

Câu 21. Một công ty sản xuất những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không có nắp đủ chứa được 10 lít nước. Hỏi bán kính đáy (đơn vị cm) của chiếc xô bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít nguyên vật liệu nhất. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp số:

Câu 22. Từ một miếng tôn dạng nửa hình tròn có bán kính $R = 4\text{dm}$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật có thể cắt được là bao nhiêu?

Đáp số:

Câu 23. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét.

Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

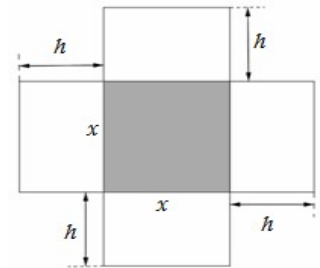
Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

Đáp số:

Câu 24. Một người quản lí của một khu chung cư có 80 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 7 triệu đồng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

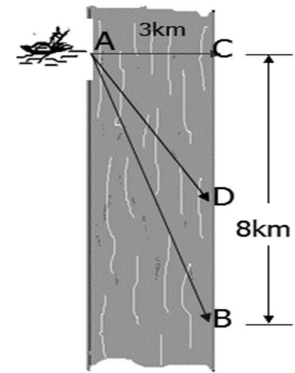
Đáp số:

Câu 25. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 4000cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



Đáp số:

Câu 26. Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6 km/h, chạy 8 km/h và quãng đường $BC = 8$ km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Tính khoảng thời gian ngắn nhất (làm tròn đến đơn vị: phút) để người đàn ông đến B .



Đáp số:

CHƯƠNG II: VÉC TƠ VÀ HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Phần 1: Trắc nghiệm (Chọn 1 phương án trong 4 phương án)

Bài 6: Vectơ trong không gian

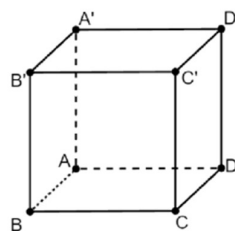
Câu 1. Trong không gian cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Tính $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN}$.

- A. \overrightarrow{NM} . B. \overrightarrow{MN} . C. \overrightarrow{NP} . D. \overrightarrow{PN} .

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector $\vec{u} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$ bằng vector nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{A'C}$. B. $\overrightarrow{CA'}$. C. $\overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{C'A}$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và bằng vector \overrightarrow{AD} là

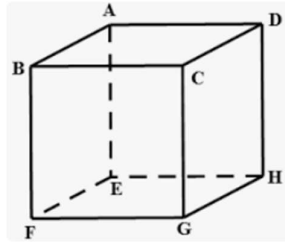


- A. $\overrightarrow{B'C'}$. B. \overrightarrow{DA} . C. \overrightarrow{CB} . D. \overrightarrow{AB} .

Câu 4. Gọi I là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. B. $IA = IB$.
 C. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



- A. \overrightarrow{BD} . B. \overrightarrow{AE} . C. \overrightarrow{DB} . D. \overrightarrow{BH} .

Câu 6. Cho hai vectơ \vec{u}, \vec{v} có $|\vec{u}| = 3, |\vec{v}| = 4$ và góc giữa hai vectơ \vec{u}, \vec{v} bằng 60° . Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 12. B. 6. C. -12. D. -6.

Câu 7. Trong không gian, cho 3 điểm A, B, C phân biệt. Hiệu hai vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. \overrightarrow{CB} . B. \overrightarrow{BC} . C. \overrightarrow{BA} . D. \overrightarrow{CA} .

Câu 8. Cho hình hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ hình bình hành tâm O . Khi đó $2\overrightarrow{AO}$ bằng vectơ nào sau đây?

- A. \overrightarrow{AC} . B. \overrightarrow{AD} . C. $\overrightarrow{A'C}$. D. \overrightarrow{AB} .

Câu 9. Cho biết G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $GA = GB = GC = GD$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
 C. $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GD}$ D. $GA + GB + GC + GD = 0$

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là a . Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. a^2 . B. 0. C. a . D. $\frac{a^2}{2}$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với tâm O . Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$. D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'C'}$.

Câu 12. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
 C. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 13. Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng.

Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là

A. $\overline{OA} + \frac{1}{2}\overline{OB} = \overline{OC} + \frac{1}{2}\overline{OD}$.

B. $\overline{OA} + \frac{1}{2}\overline{OC} = \overline{OB} + \frac{1}{2}\overline{OD}$.

C. $\overline{OA} + \overline{OC} = \overline{OB} + \overline{OD}$.

D. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = \vec{0}$.

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức sai?

A. $\overline{BC} + \overline{BA} = \overline{B_1C_1} + \overline{B_1A_1}$.

B. $\overline{AD} + \overline{D_1C_1} + \overline{D_1A_1} = \overline{DC}$.

C. $\overline{BC} + \overline{BA} + \overline{BB_1} = \overline{BD_1}$.

D. $\overline{BA} + \overline{DD_1} + \overline{BD_1} = \overline{BC}$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của

k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC} = k\overline{DG}$

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 2$.

C. $k = 3$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào

đẳng thức vector: $\overline{AC} + \overline{BA'} + k(\overline{DB} + \overline{C'D}) = \vec{0}$.

A. $k = 0$.

B. $k = 1$.

C. $k = 4$.

D. $k = 2$.

Bài 7: Hệ trục tọa độ trong không gian

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tọa độ của vectơ \overline{OA} là

A. $(1;2;3)$.

B. $(1;0;3)$.

C. $(0;2;3)$.

D. $(1;2;0)$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = (-1;4;2)$ và điểm A . Biết $\overline{OA} = \vec{u}$. Tọa độ của điểm A là

A. $(1;4;2)$.

B. $(-1;4;2)$.

C. $(1;-4;-2)$.

D. $(-1;-4;-2)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = -2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{u} là

A. $(-2;-1;3)$.

B. $(2;1;3)$.

C. $(-2;0;3)$.

D. $(-2;-1;-3)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(4;-3;1)$. Tọa độ của vectơ \overline{AB} là

A. $(-3;2;1)$.

B. $(3;-2;-1)$.

C. $(5;-4;3)$.

D. $(3;-4;-1)$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$. Tọa độ \overline{OA} là

A. $(3;0;0)$

B. $(3;-4;0)$

C. $(0;-4;0)$

D. $(0;0;0)$

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

A. $(-1;2;-3)$.

B. $(2;-3;-1)$.

C. $(2;-1;-3)$.

D. $(-3;2;-1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0;-3;2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.

B. $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

C. $\vec{a} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$.

D. $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$.

- Câu 24.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , điểm $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $D'(0;1;-1)$. Tìm tọa độ vectơ $\overline{CA'}$ tương ứng là
A. $(-1;1;0)$. **B.** $(1;-1;-1)$. **C.** $(-1;-1;-1)$. **D.** $(1;0;-1)$.
- Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , điểm $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $D'(0;1;-1)$. Tìm tọa độ vectơ $\overline{B'D'}$ tương ứng là
A. $(-1;1;0)$. **B.** $(1;-1;-1)$. **C.** $(-1;-1;-1)$. **D.** $(1;0;-1)$.
- Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, gọi A' là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) thì vectơ $\overline{AA'}$ là
A. $(0;2;3)$. **B.** $(-1;0;0)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;2;0)$.
- Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;-1)$ trên trục Oy thì vectơ $\overline{MM'}$ là
A. $(0;2;3)$. **B.** $(-2;0;1)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;3;0)$.
- Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ đơn vị trên trục Oy là
A. $\vec{j} = (0;1;0)$. **B.** $\vec{i} = (1;0;0)$. **C.** $\vec{k} = (0;0;1)$. **D.** $\vec{n} = (1;1;1)$.
- Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1;2;1)$ và $\vec{b} = (-1;3;0)$. Vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là
A. $(1;7;2)$. **B.** $(1;5;2)$. **C.** $(3;7;2)$. **D.** $(1;7;3)$.

Bài 8: Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;1)$, $B(3;0;-2)$. Tính độ dài AB .
A. 26. **B.** 22. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{22}$.
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2;2;0)$, $\vec{b}(2;2;0)$, $\vec{c}(2;2;2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng
A. 6. **B.** 11. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $2\sqrt{6}$.
- Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
A. $(4;-2;10)$ **B.** $(1;3;2)$ **C.** $(2;6;4)$ **D.** $(2;-1;5)$
- Câu 33.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.
A. $D(6;0;0)$, $D(12;0;0)$ **B.** $D(0;0;0)$, $D(6;0;0)$
C. $D(-2;1;0)$, $D(-4;0;0)$ **D.** $D(0;0;0)$, $D(-6;0;0)$
- Câu 34.** Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(0;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
A. $G(0;0;3)$. **B.** $G(0;0;9)$. **C.** $G(-1;0;3)$. **D.** $G(0;0;1)$.

- Câu 35.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$.
 Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$
- Câu 36.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 1)$. Tính
 cosin góc A của tam giác.
- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$
- Câu 37.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô
 hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.
- Câu 38.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$,
 $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:
- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- Câu 39.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số
 thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.
- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.
- Câu 40.** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng
 hàng. Khi đó $x + y$ bằng
- A. $x + y = 1$. B. $x + y = 17$. C. $x + y = -\frac{11}{5}$. D. $x + y = \frac{11}{5}$.
- Câu 41.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; m - 1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm
 m, n để các vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng hướng.
- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 4; n = -3$. C. $m = 1; n = 0$. D. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$.
- Câu 42.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với
 giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.
- A. $x = 4; y = 7$ B. $x = -4; y = -7$ C. $x = 4; y = -7$ D. $x = -4; y = 7$
- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$.
 Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $D(-4; -2; 9)$. B. $D(-4; 2; 9)$. C. $D(4; -2; 9)$. D. $D(4; 2; -9)$.
- Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$ Nếu điểm E
 thỏa mãn đẳng thức $\overline{CE} = 2\overline{EB}$ thì tọa độ điểm E là:
- A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ B. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$. C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

- Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là
- A. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $(4;5;-9)$. C. $\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. D. $(1;-7;12)$.
- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.
- A. $A'(4;6;-5)$. B. $A'(2;0;2)$. C. $A'(3;5;-6)$. D. $A'(3;4;-6)$.
- Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $D'(0;3;-3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là
- A. $(1;1;-2)$. B. $(2;1;-2)$. C. $(1;2;-1)$. D. $(2;1;-1)$.
- Câu 48.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $B(-2;2;0)$ và $C(4;1;-1)$. Trên mặt phẳng (Oxz) , điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C .
- A. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $N\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. C. $P\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. D. $Q\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, HS chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1.** Trong không gian cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là a . Gọi O là giao điểm của BD và AC .
- a) Vectơ $\vec{A'C} - \vec{A'A} = \vec{AB} + \vec{AD}$
- b) Vectơ $\vec{BC'} = \vec{A'A} + \vec{B'C'}$.
- c) Vectơ $\vec{C'O} = \vec{C'A'} - \vec{OA'}$
- d) $\vec{A'D} \cdot \vec{A'B} = 0$
- Câu 2.** Trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào đúng ?
- a) Trong không gian lấy ba điểm A, B, C tùy ý ta luôn có $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$.
- b) Trong không gian cho hình bình hành $ABCD$ thì $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$.
- c) Với vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $k \in \mathbb{R}$ ta luôn có $|k \cdot \vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.
- d) Với vectơ \vec{a}, \vec{b} là hai vectơ tùy ý khác vectơ $\vec{0}$ ta luôn có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.
- Câu 3.** Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, OC .
- a) $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{BC})$.
- b) $\cos(\vec{OM}, \vec{CM}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$\text{c) } \overline{MN} \cdot \overline{OA} = -\frac{a^2}{2}.$$

$$\text{d) } |\overline{CB} + \overline{OA}| = a\sqrt{2}.$$

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $\Delta BDA'$ và $\Delta CB'D'$. Khi đó:

$$\text{a) } \overline{AB} = \overline{AG} + \overline{GB}$$

$$\text{b) } \overline{AB} - \overline{D'A'} + \overline{C'A'} = \overline{0}$$

$$\text{c) } \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = 4\overline{AG}$$

$$\text{d) } \text{Biết } \overline{B'G'} = m\overline{AB} + n\overline{AD} + k\overline{AA'}, \text{ khi đó } m + n + k = 1$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (3; 1; 5)$.

$$\text{a) } \vec{a} + \vec{b} = (4; 3; 2).$$

$$\text{b) } 2\vec{a} - 3\vec{b} = (-7; 1; 21).$$

$$\text{c) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 10.$$

$$\text{d) } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{10}}{7}.$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; 4)$, $B(4; -2; 1)$, $C(3; 4; 7)$

$$\text{a) } \text{Toạ độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ là } G\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; 4\right).$$

$$\text{b) } \text{Toạ độ điểm } D \text{ sao cho } ABCD \text{ là hình bình hành là } D(0; 8; 10).$$

$$\text{c) } \text{Toạ độ điểm } M \text{ thuộc đoạn } AB \text{ sao cho } MB = 2MA \text{ là } M\left(2; \frac{2}{3}; 3\right).$$

$$\text{d) } \cos \widehat{BAC} = \frac{11\sqrt{2}}{34}.$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (2; -2; -4)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$.

$$\text{a) } \vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$$

$$\text{b) } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng phương}$$

$$\text{c) } |\vec{b}| = \sqrt{3}$$

$$\text{d) } \vec{a} \perp \vec{b}$$

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-4; -2; 6)$

$$\text{a) } \vec{b} = -2\vec{a}.$$

$$\text{b) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0.$$

$$\text{c) } \vec{a} \text{ ngược hướng với } \vec{b}.$$

$$\text{d) } |\vec{b}| = 2|\vec{a}|.$$

Câu 9. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$.

- a) $AB \perp BD$.
- b) $AB \perp BC$.
- c) $AB \perp AC$.
- d) $AB \perp CD$.

Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Ở mỗi câu, học sinh điền đáp án của câu đó.

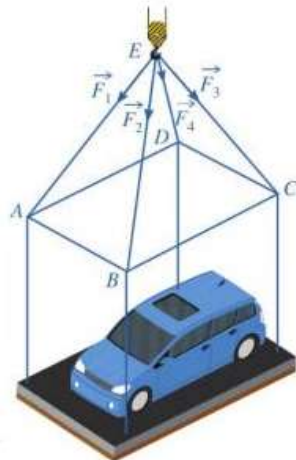
Câu 1. Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh a , M là trung điểm của cạnh BC . Tính $\cos(\overline{AM}, \overline{SB})$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp số:

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$, cạnh bằng 2. Tính tích vô hướng $\overline{AC} \cdot \overline{EH}$.

Đáp số:

Câu 3. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiến cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (như hình vẽ). Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết lực căng $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}, \overline{F_4}$ đều có cường độ $500(N)$ và trọng lượng khung sắt là $200(N)$. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (đơn vị (N)), kết quả làm tròn đến hàng đơn vị?



Đáp số:

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overline{CA} = \vec{a}$, $\overline{CB} = \vec{b}$, $\overline{AA'} = \vec{c}$. Biết $\overline{AM} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + k \cdot \vec{c}$. Tính $m+n+6k = ?$

Đáp số:

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Trên đoạn thẳng AC và DC' lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN song song với BD' . Biết $BD' = 6\text{ cm}$, tính độ dài đoạn thẳng MN .

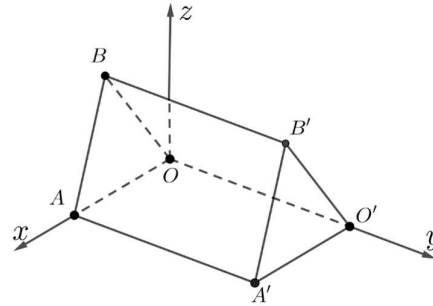
Đáp số:

Câu 6. Những căn lều gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a+b+c$ (Làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án:



Hình 1



Hình 2

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

Đáp số:

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (5;3;-2)$ và $\vec{b} = (m;-1;m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vec tơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù?

Đáp số:

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$ và $B\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a;b;c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Giá trị $a-b+c$ bằng

Đáp số:

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Giá trị của $a+b+2c$ bằng

Đáp số:

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

Đáp số:

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$, tìm mệnh đề đúng?

Đáp số:

CHƯƠNG III. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Phần 1: Trắc nghiệm (Chọn 1 phương án trong 4 phương án)

Câu 1. Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

- A. $R = 5$. B. $R = 24$. C. $R = 25$. D. $R = 10$.

Câu 2. Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

- A. $R = 4$. B. $R = 20$. C. $R = 9$. D. $R = 108$.

Câu 3. Thống kê chỉ số chất lượng không khí (AQI) tại một địa điểm vào các ngày trong tháng 6/2022 được cho trong bảng sau

Chỉ số AQI	[0;50)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)
Số ngày	5	11	7	4	3

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

- A. $R = 50$. B. $R = 250$. C. $R = 150$. D. $R = 8$.

Câu 4. Bạn Linh thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12A và lớp 12B ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số học sinh nữ lớp 12A	2	7	12	3	0	1
Số học sinh nữ lớp 12B	0	9	8	2	1	5

Gọi $R_1; R_2$ lần lượt là khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12A và 12B. Tìm $R_1; R_2$.

- A. $R_1 = 30$ (cm) ; $R_2 = 25$ (cm). B. $R_1 = 30$ (cm) ; $R_2 = 30$ (cm).
 C. $R_1 = 25$ (cm) ; $R_2 = 25$ (cm). D. $R_1 = 12$ (cm) ; $R_2 = 9$ (cm).

Câu 5. Gọi Q_1, Q_2, Q_3 là tứ phân vị của một mẫu số liệu ghép nhóm. Khi đó khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu trên được xác định bởi công thức

- A. $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$. B. $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. C. $\Delta_Q = Q_2 - Q_3$. D. $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$.

- Câu 6.** Một ý nghĩa của khoảng tứ phân vị là
- A. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm giúp xác định các giá trị không bất thường của mẫu số liệu đó.
 - B. Khoảng tứ phân vị thường không được sử dụng thay cho khoảng biến thiên.
 - C. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và là một đại lượng cho biết mức độ phân tán của nửa giữa mẫu số liệu.
 - D. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và là một đại lượng cho biết mức độ không phân tán của nửa giữa mẫu số liệu.

Câu 7. Số lượng đặt bàn của một nhà hàng được cho bởi bảng sau:

Số lượt đặt bàn	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 6)	14	14
[6; 11)	30	44
[11; 16)	25	69
[16; 21)	18	87
[21; 26)	5	92

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng trên.

- A. $\Delta_Q = \frac{11}{6}$. B. $\Delta_Q = \frac{17}{2}$. C. $\Delta_Q = \frac{5}{2}$. D. $\Delta_Q = \frac{17}{6}$.

Câu 8. Kết quả khảo sát về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	Tần số	Tần số tích lũy
[19; 22)	10	10
[22; 25)	27	37
[25; 28)	31	68
[28; 31)	25	93
[31; 34)	7	100

Hãy tính khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu trên.

- A. $\Delta_Q = \frac{388}{75}$. B. $\Delta_Q = \frac{378}{75}$. C. $\Delta_Q = \frac{386}{75}$. D. $\Delta_Q = \frac{288}{75}$.

Câu 9. Kết quả điều tra về khối lượng 27 củ khoai tây (đơn vị: gam) thu hoạch tại nông trường.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[74; 80)	4	4
[80; 86)	6	10
[86; 92)	3	13
[92; 98)	4	17
[98; 104)	3	20
[104; 110)	7	27
	$n=27$	

Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên lần lượt là
A. 36; 21,45. **B.** 7; 23. **C.** 11; 25,3. **D.** 33; 20,5.

Câu 10. Điểm kiểm tra 15 phút của 36 học sinh lớp 11A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm điểm	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 3)	3	3
[3; 5)	2	5
[5; 7)	10	15
[7; 9)	14	29
[9; 11)	7	36
	$n=36$	

Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên lần lượt là
A. 10; 9,2. **B.** 10; 2,9. **C.** 10; 25,3. **D.** 6; 20,5.

Câu 11. Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (Số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 2)	8	8
[2; 3)	10	18
[3; 4)	12	30
[4; 5)	9	39
[5; 6)	3	42
	$n=42$	

Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên lần lượt là
A. 5; 1,95. **B.** 2; 3,1. **C.** 2; 3,2. **D.** 3; 1,2.

Câu 12. Thống kê điểm học kì môn toán của các học sinh lớp 11A của một trường THPT, ta có bảng tần số ghép lớp, tần số tích lũy sau:

Lớp (điểm)	Tần số	Tần số tích lũy
[3; 4)	5	5
[4; 5)	11	16
[5; 6)	9	25
[6; 7)	6	31
[7; 8)	8	39
[8; 9)	4	43
[9; 10)	2	45
	$n=45$	

Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên lần lượt là
A. 7; 2,77. **B.** 13; 2,1. **C.** 2; 3,2. **D.** 5; 3,3.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, HS chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Bạn Trang thống kê lại chiều cao (đơn vị cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và 12D ở bảng sau.

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Lớp						
12C	2	7	12	3	0	1
12D	5	9	8	2	1	0

- a) Chiều cao cao nhất của các bạn học sinh trong lớp 12D là 185(cm).
 b) Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là 30(cm).
 c) Khoảng biến thiên của chiều cao các bạn học sinh nữ lớp 12D là 25(cm).
 d) Chiều cao của học sinh lớp 12C có độ phân tán bé hơn.

Câu 2. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị:triệu đồng)

Nhóm	Tần số
[10;15)	15
[15;20)	18
[20;25)	10
[25;30)	10
[30;35)	5
[35;40)	2
	$n = 60$

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 30$.
 b) Số phần tử của mẫu là $n = 60$.
 c) Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 15$.
 d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 3$.

Câu 3. Thời gian tập đàn mỗi ngày (tính theo phút) của bạn Thu trong thời gian gần đây được thống kê như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[20;25)	6	6
[25;30)	5	11
[30;35)	7	18
[35;40)	8	26
[40;45)	2	28

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 25$
 b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [20;25).

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 37$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = \frac{87}{8}$.

Câu 4. Thời gian sử dụng internet (tính theo giờ) của bạn Khánh trong 20 ngày nghỉ hè đầu tiên được thống kê như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[1;1,5)	3	3
[1,5;2)	6	9
[2;2,5)	5	14
[2,5;3)	4	18
[3;3,5)	2	20

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 2$

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm [2;2,5).

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = \frac{4}{3}$

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 1$.

Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Ở mỗi câu, học sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Cho bảng thống kê thời gian sử dụng điện thoại vào buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4/2024 của Tuấn và An ở bảng như sau

Thời gian (phút)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Tuấn	5	12	8	3	2
An	0	25	5	0	0

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng điện thoại vào buổi sáng mỗi ngày của Tuấn và An.

Trả lời:.....

Câu 2. Thống kê lại cân nặng (đơn vị: kg) của các bạn học sinh nam lớp 12A và lớp 12B ở bảng sau.

Cân nặng (kg)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)	[70;75)	[75;80)	[80;85)
Lớp 12A	1	2	7	10	3	0	2
Lớp 12B	2	5	9	6	2	1	0

Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì cân nặng của học sinh nam lớp nào có độ phân tán lớn hơn?

Trả lời:.....

Câu 3. Khảo sát thời gian đọc sách trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
-----------	--------	---------	---------	----------	-----------

(phút)					
Số học sinh	4	6	15	12	3

a) Tính các tứ phân vị Q_1, Q_2, Q_3 của mẫu số liệu.

Trả lời:.....

b) Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Trả lời:.....

Câu 4. Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số lượng	5	12	23	31	29

a) Tính các tứ phân vị Q_1, Q_2, Q_3 của mẫu số liệu.

Trả lời:.....

b) Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Trả lời:.....

Câu 5. Cho thời gian (đơn vị: phút) xem tivi mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[6,5;9,5)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)	[24,5;27,5)
Số học sinh	2	3	12	15	24	2	2

a) Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

Trả lời:.....

b) Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Trả lời:.....

Câu 6. Một cửa hàng trang sức khảo sát khách hàng xem họ dự định mua trang sức với mức giá nào (đơn vị: triệu đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)
Số khách hàng	20	78	45	23	12

a) Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

Trả lời:.....

b) Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Trả lời:.....