

CHƯƠNG IV – NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

Phần 1: Câu hỏi TNKQ nhiều lựa chọn

Bài 11 – Nguyên hàm

Câu 1: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 8x^3 - 6x$ là

A. $F(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^2 + C.$

B. $F(x) = x^5 - x^4 - x^2 + C.$

C. $F(x) = x^5 - 4x^4 - 2x^2 + C.$

D. $F(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^2 + C.$

Câu 2: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (2x-3)^2$ thỏa mãn $F(-1) = -17$ là

A. $\frac{(2x-3)^3}{3} + \frac{4}{3}.$

B. $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x - \frac{2}{3}.$

C. $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x + \frac{8}{3}.$

D. $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x + \frac{2}{3}.$

Câu 3: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x-1}.$

A. $x + \frac{1}{x-1} + C$

B. $1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C.$

C. $\frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$

D. $x^2 + \ln|x-1| + C.$

Câu 4: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ là

A. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

B. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

C. $\frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}.$

D. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

Câu 5: Họ các nguyên hàm của hàm số $y = x(x+1)^5$ là

A. $\frac{(x+1)^7}{7} + \frac{(x+1)^6}{6} + C.$

B. $6(x+1)^5 + 5(x+1)^4 + C.$

C. $6(x+1)^5 - 5(x+1)^4 + C.$

D. $\frac{(x+1)^7}{7} - \frac{(x+1)^6}{6} + C.$

Câu 6: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\cos x - 4\sin x$ là

A. $3\sin x - 4\cos x.$

B. $-3\sin x + 4\cos x.$

C. $3\sin x + 4\cos x + C.$

D. $-3\sin x + 4\cos x + C.$

Câu 7: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2025^x$ là

A. $F(x) = x.2025^{x-1}.$

B. $F(x) = 2025.2024^x.$

C. $F(x) = 2025^x \cdot \ln 2025.$

D. $F(x) = \frac{2025^x}{\ln 2025}.$

Câu 8: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2e^{-x} - 2x$ thỏa mãn $F(0) = 1$

A. $F(x) = e^x - 2e^{-x} - x^2 + 2.$

B. $F(x) = e^x + 2e^{-x} - x^2 - 2.$

C. $F(x) = e^x - 2e^{-x} - x^2.$

D. $F(x) = e^x + 2e^{-x} - x^2.$

Câu 9: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 2x}{(x+1)^4}$ thỏa mãn $F(-2) = -\frac{2}{3}$. Tính $F(1)$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{7}{6}$. C. $-\frac{7}{24}$. D. $\frac{11}{24}$.

Câu 10: Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{x^2}\right)$ thỏa mãn $F(1) = e$ là:

- A. $F(x) = e^x - \frac{1}{x} - 1$. B. $F(x) = e^x - \frac{1}{x} + 1$. C. $F(x) = e^x + \frac{1}{x} - 1$. D. $F(x) = e^x + \frac{1}{x} + 1$.

Câu 11: Giả sử nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^5 x \cdot \cos x$ là $F(x)$. Tìm $F(x)$ biết $F(0) = \ln 2 + \frac{\pi}{2}$.

- A. $\frac{1}{6} \sin^6 x + \ln 2$. B. $\frac{1}{6} \sin^6 x + \ln 2 + \frac{\pi}{2}$. C. $\sin^6 x + \ln 2 + \frac{\pi}{2}$. D. $\sin^6 x + \frac{\pi}{2}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{2x-3}{x-2}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f(3) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(0) + 2f(4)$ bằng

- A. 3. B. 5. C. $7 + 3 \ln 2$. D. $-5 + 7 \ln 2$.

Câu 13: Sự sản sinh virus Zika ngày thứ t có số lượng là $N(t)$ con, biết $N'(t) = \frac{1000}{t}$ và số lượng virus lúc đầu là 250.000 con. Tính số lượng virus rút sau 10 ngày.

- A. 272304 con. B. 212302 con. C. 242102 con. D. 252303 con.

Câu 14: Bạn Minh Hiền ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới với vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

- A. 36m. B. 252m. C. 1134m. D. 966m.

Câu 15: Bác A bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ (m^3/s) và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150(m^3)$. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100(m^3)$. Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là bao nhiêu.

- A. $8400(m^3)$. B. $840(m^3)$. C. $6000(m^3)$. D. $4200(m^3)$.

Bài 12 – Tích phân

Câu 1: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Tích phân $\int_a^b f(x) dx$ bằng

- A. $F(b) - F(a)$. B. $F(a) - F(b)$. C. $f(b) - f(a)$. D. $f(a) - f(b)$.

Câu 2: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.
C. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

Câu 3: Giả sử $\int_a^b f(x)dx = 2$, $\int_a^c f(x)dx = 3$ với $a < b < c$ thì $\int_b^c f(x)dx$ bằng?

- A. -5. B. 1. C. -1. D. 5.

Câu 4: Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1)dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 5: Biết $I = \int_{-1}^3 |x^2 - 3x + 2|dx = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $T = a - b$.

- A. 12. B. 14. C. 11. D. 4.

Câu 6: Biết $I = \int_{-1}^3 \frac{2x+1}{x+2}dx = a - b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$. Tính $T = a + b + c$.

- A. 8. B. 12. C. 16. D. 15.

Câu 7: Biết $I = \int_0^3 \frac{2x^2 + x - 2}{x+1}dx = b - a \ln a$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $T = a + 2b$.

- A. 16. B. 10. C. 12. D. 14.

Câu 8: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x]dx = 5$.

- A. $I = 7$ B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ C. $I = 3$ D. $I = 5 + \pi$

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \sin^2 x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$. B. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$. C. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$. D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

Câu 10: $\int_0^1 (3^x - 2e^x)dx$ bằng

- A. $2(\log_3 e - e + 1)$ B. $\frac{3}{\ln 3} - 2(e - 1)$ C. $\frac{2}{\ln 3} - 2(e + 1)$ D. $2(\log_3 e - e - 1)$

Câu 11: $\int_0^1 \frac{(e^x - 1)^2}{2e^x}dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \left(e + \frac{1}{e} \right) - 2$ B. $\frac{1}{2} \left(e + \frac{1}{e} - 2 \right)$ C. $\frac{1}{2} \left(e - \frac{1}{e} - 1 \right)$ D. $\frac{1}{2} \left(e + \frac{1}{e} \right)$

Câu 12: $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}}dx$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 13: Một ô tô đang chạy với vận tốc 36 km/h thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động thẳng chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 5t$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. $10 (m)$. B. $20 (m)$. C. $5 (m)$. D. $15 (m)$.

Câu 14: Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - 3t + 2$ (m/s). Tìm tổng quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 3$, tức là tính $\int_1^3 |v(t)| dt$

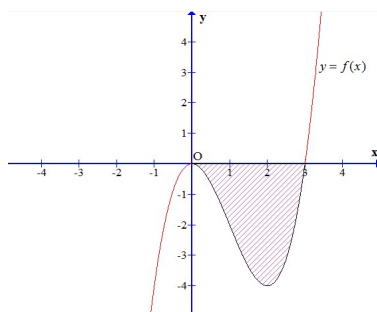
- A. 4 (m). B. 2 (m). C. 1 (m). D. 3 (m).

Câu 15: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0002x + 3$. Trong đó, $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm. Tìm sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 70 đơn vị sản phẩm.

- A. 50 (triệu đồng). B. 70 (triệu đồng).
C. 59,76 (triệu đồng). D. 65,54 (triệu đồng).

Bài 13 - Ứng dụng hình học của tích phân

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình tính theo công thức nào?



- A. $\int_1^3 f(x) dx$. B. $\int_3^1 |f(x)| dx$. C. $\int_0^3 [-f(x)] dx$. D. $\int_1^2 f(x) dx$.

Câu 2: Diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x + 1$, trục hoành, $x = 1$ và $x = 2$ là

- A. $S = \frac{31}{4}$. B. $S = \frac{49}{4}$. C. $S = \frac{21}{4}$. D. $S = \frac{39}{4}$.

Câu 3: Tìm a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường thẳng $d: y = x - 1$ và $x = a$, $x = 2a$ ($a > 1$) bằng $\ln 3$?

- A. $a = 1$. B. $a = 4$. C. $a = 3$. D. $a = 2$.

Câu 4: Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$), mặt cắt là tam giác vuông có một góc 45° và độ dài một cạnh góc vuông là $\sqrt{4 - \frac{1}{2}x^2}$. Tính thể tích vật thể trên.

- A. $\frac{11}{6}$. B. $\frac{11}{8}$. C. $\frac{11}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 5: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{496\pi}{15}$. B. $\frac{32\pi}{15}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Phần 2: Câu hỏi TNKQ Đúng - Sai

Bài 11 – Nguyên hàm

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ với $x \neq 1$.

a) $f(x) = 2 + \frac{3}{x-1}$.

b) $\int f(x) dx = 2x + 3 \ln(x-1) + C$.

c) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ thỏa mãn $F(2) = 1$ là $F(x) = 2x + 3 \ln|x-1| - 3$.

d) Phương trình $F(x) = 2x + 2$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$. Khi đó $T = x_1 + x_2 = 2$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 2^{2x}$ và hàm số $g(x) = \cot x$.

a) $F(x) = 2^{2x-1} \ln 2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$

b) $G(x) = \ln(\sin x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên $(0; \pi)$.

c) $\int [\sin 2x \cdot g(x)] dx = x + \frac{\sin 2x}{2} + C$ (C là một hằng số).

d) $\int [f(x) + g^2(x)] dx = \frac{2^{2x+1}}{\ln 2} + \cot x - x + C$ (C là một hằng số).

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$, $f(1) = 0$.

a) $f(x) = \int \frac{2}{2x-1} dx = \ln|2x-1| + C$, với C là hằng số.

b) $f(x) = \begin{cases} \ln(2x-1) + C_1; & x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + C_2; & x < \frac{1}{2} \end{cases}$; với C_1, C_2 là hằng số.

c) Giá trị của $f(-2)$ là $1 + \ln 5$.

d) Giá trị biểu thức $f(-1) + f(3)$ là $\ln 15$.

Câu 4: Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -12t + 24$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh.

a) Quãng đường ô tô đi được sau t giây kể từ lúc đạp phanh là $s(t) = \int (-12t + 24) dt$.

b) Quãng đường ô tô đi được sau t giây kể từ lúc đạp phanh là $s(t) = -6t^2 + 24t + 24$.

c) Quãng đường ô tô đi được sau 1 giây kể từ lúc đạp phanh là $s = 18$ m.

d) Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được 24 m.

Câu 5: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = \frac{1}{t^2 + 3t + 2}$ (m/s²), trong đó t là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu. Vận tốc chuyển động của vật là $v(t)$, vận tốc ban đầu của vật là $v_0 = 3 \ln 2$ (m/s)

a) Vận tốc của vật tại thời điểm t giây là $v(t) = \int a(t) dt$.

- b)** Vận tốc của vật tại thời điểm t giây là $v(t) = \ln \left| \frac{t+1}{t+2} \right| + 4 \ln 2$.
- c)** Vào thời điểm $t = 10(s)$ thì vận tốc của vật là $2,86(m/s)$.
- d)** Không có thời điểm nào vận tốc của vật đạt $v = 4 \ln 2(m/s)$.

Bài 12 – Tích phân

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ và $G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Khi đó

a) $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

b) $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$.

c) $\int_a^a f(x) dx = 0$

d) $G(b) - F(b) = G(a) - F(a)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 2 \\ x - 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

a) $\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (x - 2) dx$

b) $\int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$

c) $\int_1^3 f(x) dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_1^2 + \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^3$

d) $\int_1^3 f(x) dx = \frac{5}{6}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = 2^x$. Khi đó

a) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

b) $f'(x) = 2^x \cdot \ln 2$.

c) $\int_0^1 f'(x) dx = \frac{1}{\ln 2}$.

d) $\int_0^{\ln 2} 2^x dx = \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 4: Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2$ ($0 \leq t \leq 10$). Trong đó $v(t)$ tính theo m/s , thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.

a) Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01t - 0,05t^2$ ($0 \leq t \leq 10$)

b) Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là 8,82m.

c) Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 xấp xỉ 15,277m

d) Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51 m/s^2$

Câu 5: Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón, gọi $P(x)$ là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần. Khi đó đạo hàm $P'(x)$ gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức

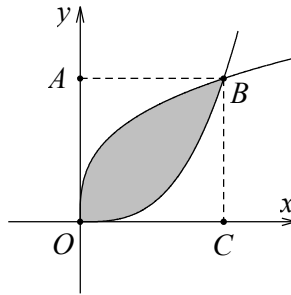
$$P'(x) = 17 - 0,025x \text{ với } 0 \leq x \leq 100$$

Biết nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

- a) Công thức lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần là $P(x) = 17x - 0,0125x^2 + C$ với C là một hằng số bất kỳ
- b) Có thể tính được lợi nhuận của nhà máy thu được khi bán 120 tấn sản phẩm trong tuần.
- c) Lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần là 1 tỉ 256 triệu đồng.
- d) Nếu nhà máy bán được từ 1,3 tấn sản phẩm trên tuần trở lên thì nhà máy luôn có lãi.

Bài 13 - Ứng dụng hình học của tích phân

Câu 1: Cho một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ như hình vẽ. Sau khi tọa độ hóa, ta có $O(0;0)$, $A(0;1)$, $B(1;1)$, $C(1;0)$ và hai đường cong lần lượt là đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$.



- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức $S = \int_0^1 \sqrt[3]{x} dx$.
- b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ có giá trị bằng $\frac{3}{4}$ (đvdt).
- c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức $S = \int_0^1 (x^3 - \sqrt[3]{x}) dx$.
- d) Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ (đvdt).

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy

- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bằng công thức $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.
- b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, và $y = x$ được tính bằng công thức $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx$.
- c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = 1$ bằng $\frac{4}{3}$.

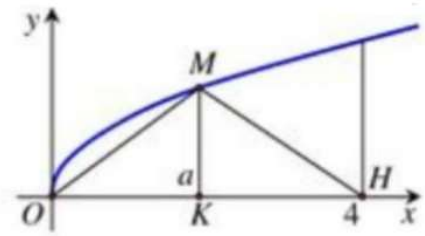
- d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=x^2+1$, và $y=1$ và đường thẳng $x=1$ bằng $\frac{4}{3}$.

Câu 3: Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=-1; x=1$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x(-1 \leq x \leq 1)$ ta thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $2\sqrt{1-x^2}$.

- a) Mặt cắt có diện tích $S(x)$ liên tục trên $[-1;1]$
- b) Thể tích vật thể được tính theo công thức $V=\pi \int_{-1}^1 S(x) dx$
- c) Diện tích của mặt cắt là $S(x)=2(1-x^2)$.
- d) Thể tích của vật thể (T) bằng $\frac{16}{3}$.

Câu 4: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0$ và $x=4$ quanh trục Ox .

- a) Diện tích hình phẳng tạo thành khi được giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0$ và $x=4$ là $S=\frac{16}{3}$.



- b) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0$ và $x=4$ quanh trục Ox có công thức là $V=\int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx$.
- c) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0$ và $x=4$ quanh trục Ox là 8π .
- d) Đường thẳng $x=a(0 < a < 4)$ cắt đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Với $V=2V_1$ ta có giá trị $a=3$.

Câu 5: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2-4x+4(C_1), y=4x-12(C_2)$. Khi đó:

- a) Các đường (C_1) và (C_2) đều đi qua điểm $M(4;4)$
- b) Diện tích của hình phẳng (H) là $S=\int_3^4 |x^2-8x+16| dx$
- c) Thể tích của vật tròn xoay là $V=\pi \int_2^4 (x^2-4x+4)^2 dx - \pi \int_3^4 (4x-12)^2 dx$.
- d) Nếu $V=\frac{a}{b}.\pi$ (Với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì $a+b=32$

Phần 3: Câu hỏi TNKQ trả lời ngắn

Bài 11 – Nguyên hàm

Câu 1: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x-3)^2$ thỏa mãn $F(0)=\frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $\log_2 [3F(1)-2F(2)]$ bằng

- Câu 2:** Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + a}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty; 1)$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 1$. Tìm a khi $F(1-e) = \frac{1}{2}e^2 - 2e$.
- Câu 3:** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(2)$ (làm tròn đến hàng phần chục).
- Câu 4:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$, $f(1) = 2$. Biết $f(-2) + f(3) = a + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b$.
- Câu 5:** Trọng lượng của một bào thai người nặng khoảng 0,04 ounce (1 ounce = 28,3485 gram) sau 8 tuần tuổi. Trong suốt 35 tuần tiếp theo, trọng lượng của bào thai này được dự đoán tăng với tốc độ $B'(t) = \frac{2436e^{-0,193t}}{(1+784e^{-0,193t})^2}$, $8 \leq t \leq 43$ với $B(t)$ là cân nặng tính bằng ounce và t là thời gian tính bằng tuần. Hãy tính trọng lượng của bào thai sau 25 tuần tuổi (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).
- Câu 6:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$ thỏa mãn $f(1) = 2 \ln 2 + 1$ và $x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1)$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$. Biết $f(2) = a + b \ln 3$, với a, b là hai số hữu tỉ. Tính $T = a^2 - b$? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Bài 12 – Tích phân

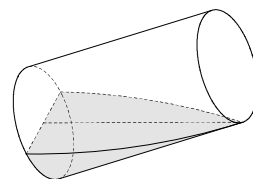
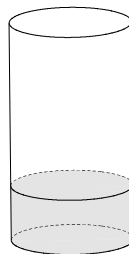
- Câu 1:** Cho Biết $\int_2^3 f(x)dx = 4$ và $\int_2^3 g(x)dx = 1$. Tính $\int_2^3 [f(x) - g(x)]dx$?
- Câu 2:** Cho $\int_{-2}^2 f(x)dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t)dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y)dy$.
- Câu 3:** Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)dx$.
- Câu 4:** Cho $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 3x + 2} = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Tính $a + b$
- Câu 5:** Tích phân $I = \int_{\frac{-\pi}{2}}^0 \sin 2025x dx = -\frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$
- Câu 6:** Biết $I = \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3} = 3 \ln a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = ab$.

Bài 13 - Ứng dụng hình học của tích phân

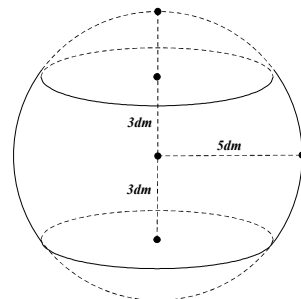
- Câu 1:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = -2x + 3$, $x = 2$, $x = 0$?
- Câu 2:** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 60 (cm). Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích phần cánh hoa của viên gạch là:



- Câu 3:** Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau xung quanh trục Ox: $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 2$. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị
- Câu 4:** Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm , chiều cao lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích (đơn vị: cm^3) lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy cốc.



- Câu 5:** Một khối cầu có bán kính là $5(\text{dm})$. Người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc với bán kính và cách tâm một khoảng $3(\text{dm})$ để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Tính thể tích của chiếc lu là $a\pi(\text{dm}^3)$. Giá trị của a bằng



Phần 4: Tự luận

Bài 11 - Nguyên hàm

- Câu 1:** Tìm các nguyên hàm sau

a. $\int (x^2 - 3x + 4) dx$ b. $\int \frac{x^2 + 3x + 2}{x} dx$ c. $\int \left(\frac{2425}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx$

d. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ e. $\int \frac{1}{3^x} dx$ f. $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx$

- Câu 2:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Tính $F(\ln 3)$.

- Câu 3:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2x-3}{x+2}$, $f(0) = 1$ và $f(-4) = 2$.

Giá trị của biểu thức $f(-1) - f(-3)$ bằng

- Câu 4:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Bài 12 - Tích phân

- Câu 1:** Tính các tích phân sau

a. $\int_0^2 (x^2 + 1)^2 dx$ b. $\int_1^2 \frac{2x^3 + 2x^2 + 1}{x+1} dx$ c. $\int_0^\pi \cos^2 x dx$

d. $\int_0^1 2^x \cdot 3^x dx$ e. $\int_0^8 |x^2 - 6x| dx$ f. $\int_0^2 \sqrt{e^{x+2}} dx$

- Câu 2:** Một ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 27 - 9\sqrt{t}$. Tính quãng đường mà ô tô di chuyển được từ thời điểm $t = 0$ đến thời điểm mà vật dừng lại.

- Câu 3:** Một vật chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0, vận tốc biến đổi theo quy luật, và có gia tốc $a = 0,3 \text{ m/s}^2$. Xác định quãng đường vật đó đi được trong 40 phút đầu tiên.

Bài 13 - Ứng dụng hình học của tích phân

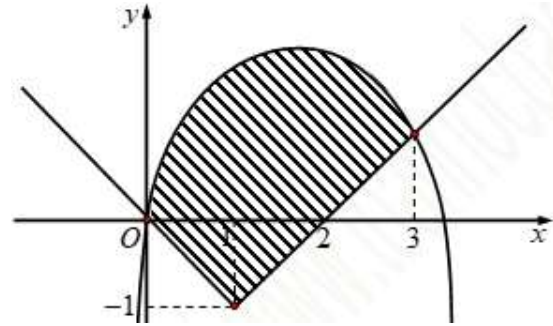
Câu 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $f(x) = x^2 - 2x - 1$, $g(x) = 2x - 4$, $x = 1$, $x = 3$.

Câu 2: Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau xung quanh trục Ox : $y = e^{4x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

Câu 3: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường

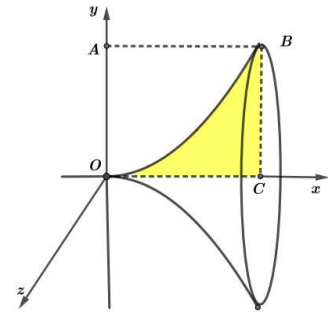
có phương trình $y = \frac{10}{3}x - x^2$,

$y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x - 2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Diện tích của (H) bằng?

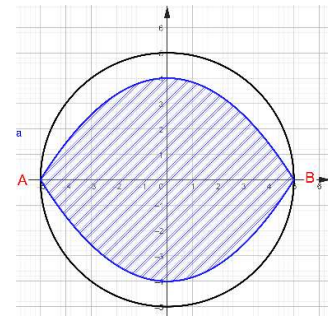


Câu 4: Cho hình chữ nhật $OABC$ có chu vi bằng 12 được chia thành hai phần bởi parabol (P) có đỉnh tại O và đi qua B . Gọi $\mathfrak{V}$ là khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (phần tô đậm) xung quanh trục Ox (Hình vẽ bên).

Tìm thể tích lớn nhất của khối tròn xoay $\mathfrak{V}$.



Câu 5: Tại một quảng trường hình tròn có đường kính bằng 10 m^2 . Người ta trồng hoa ở giữa quảng trường sao cho phần được trồng hoa nằm giới hạn giữa hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1 m (tham khảo hình vẽ bên). Biết chi phí trồng hoa là 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông. Tổng chi phí để hoàn thành khu vực này bằng



CHƯƠNG V – PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Phần 1: Câu hỏi TNKQ nhiều lựa chọn

Bài 14. Phương trình mặt phẳng

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(-1;1;3)$, $B(2;-1;3)$, $C(2;2;-1)$ là.

A. $8x + 12y + 9z - 31 = 0$.

B. $8x + 12y + 9z + 31 = 0$.

C. $8x - 12y + 9z - 31 = 0$.

D. $8x + 12y - 9z + 31 = 0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + 2z - 3 = 0$ là

A. $2x + 4y - 3z - 8 = 0$.

B. $2x + 4y - 3z = 0$.

C. $2x + 4y - 3z + 8 = 0$.

D. $2x - 4y - 3z = 0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $N(2;1;-2)$, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 8 = 0$ là

A. $x - z - 4 = 0$.

B. $x - z + 4 = 0$.

C. $2x + y - 2z - 4 = 0$.

D. $2x + y - 2z + 4 = 0$.

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1)$ và $B(2;1;0)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB là
- A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$. B. $(P): 3x + y - z - 4 = 0$.
C. $(P): 3x + y - z = 0$. D. $(P): 2x + y - z + 1 = 0$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;1;3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x - 3z + 2025 = 0$ là
- A. $(P): 2x - 3z + 9 = 0$. B. $(P): 2x - 3z - 9 = 0$.
C. $(P): 2x - 3z + 3 = 0$. D. $(P): 2x - 3z - 3 = 0$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z - 5 = 0$, $(R): 2x - y + z - 1 = 0$ là
- A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-1;1)$, $N(2;1;2)$ và song song với trục Oz có phương trình là
- A. $x + 2y + z = 0$. B. $2x - y - 3 = 0$. C. $x + 2y + z - 6 = 0$. D. $2x - y + 5 = 0$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (α)
- A. $(\alpha_1): -2x + y - 3z = 0$. B. $(\alpha_2): x + 5y + z - 2 = 0$.
C. $(\alpha_3): 4x - 2y + 7 = 0$. D. $(\alpha_4): x + 2y - z + 1 = 0$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(2;1;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - 5y + 3z - 1 = 0$. Khi đó mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là
- A. $\vec{n}_p = (11; 7; 8)$. B. $\vec{n}_p = (11; -7; 8)$. C. $\vec{n}_p = (1; -5; 3)$. D. $\vec{n}_p = (1; 3; -4)$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (α) ?
- A. $(\alpha_1): -2x + y - 3z = 0$. B. $(\alpha_2): x + 5y + z - 2 = 0$.
C. $(\alpha_3): 4x - 2y + 7 = 0$. D. $(\alpha_4): x + 2y - z + 1 = 0$.
- Câu 11:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)
- A. $d = \frac{5}{9}$. B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. C. $d = \frac{5}{29}$. D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(3;1;-2)$ đến mặt phẳng (P) bằng
- A. 2. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 3.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$ có tọa độ là
- A. $M(0;-3;0)$. B. $M(0;3;0)$. C. $M(0;-2;0)$. D. $M(0;1;0)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = -3$. D. $m = \pm 2$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x - y + z = 0$ và $2x - y + z - 7 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 7. B. $7\sqrt{6}$. C. $6\sqrt{7}$. D. $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

Bài 15. Phương trình đường thẳng trong không gian

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 5 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Trong các điểm sau đây,

điểm nào thuộc đường thẳng Δ ?

- A. $M(11; 2; 4)$. B. $N(5; 0; 3)$. C. $P(10; 3; -3)$. D. $Q(8; -3; 1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 5 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Véc tơ nào sau đây là một

véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

- A. $\vec{u} = (2; -1; 5)$. B. $(2; -1; -2)$. C. $\vec{u} = (3; 1; 5)$. D. $\vec{u} = (3; 1; -2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}$. Mệnh đề nào

sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.
B. Hai đường thẳng d và d' song song với nhau.
C. Hai đường thẳng d và d' cắt nhau.
D. Hai đường thẳng d và d' trùng nhau.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-8}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. Giá trị

của m để Δ_1 và Δ_2 vuông góc là

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và

$d_2: \frac{x}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+4}{1}$ cắt nhau tại điểm M có tọa độ bằng

- A. $M(0; 3; -4)$. B. $M(1; 7; 3)$. C. $M(-3; 5; -5)$. D. $M(3; -5; 5)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua $A(3;5;7)$ và song song với $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 5t \\ z = 3 + 7t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 5t \\ z = 4 + 7t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -5 + 3t \\ z = -7 + 4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z - 5 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3t \end{cases}$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-3)$, hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng Δ đi qua A đồng thời Δ vuông góc với hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

A. $\Delta: \frac{x-2}{-4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+3}{1}$ **B.** $\Delta: \frac{x+4}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-3}$
C. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-3}$ **D.** $\Delta: \frac{x-2}{-4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{1}$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ và $(Q): x + y - 1 = 0$. Viết phương tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;-4;1)$ đồng thời song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -4 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -4 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -4 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng đi qua $A(-3,3,-2)$ song song với (P) và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ **B.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$
C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{-4}$ **D.** $\frac{x-3}{2} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-2}{-4}$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, một quả tên lửa được phóng ra từ bộ phóng đặt tại điểm $A(2;1;3)$ và trong 5 giây, tên lửa chuyển động với vận tốc không đổi, vector vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2, 4, 5)$. Mục tiêu nào sau đây nằm trên quỹ đạo chuyển động của tên lửa?

A. $M(4;5;8)$ **B.** $N(4;5;-8)$ **C.** $P(2;1;0)$ **D.** $Q(-4;5;2)$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A(-500;-250;150)$, $B(-200;-200;100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $-3a-b-c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A. 3124. B. 3214. C. 3125. D. 3150.

Câu 14: Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A và B lần lượt là $(3;2,5;15)$ và $(21;27,5;10)$. Xác định tọa độ của du khách khi ở độ cao 12 mét.



- A. $(19;5;13)$. B. $\left(12;15;\frac{35}{2}\right)$. C. $(3;2,5;15)$. D. $\left(\frac{69}{5};\frac{35}{2};12\right)$.

Câu 15: Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gán hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vector chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

- A. 61. B. 62. C. 64. D. 68.

Bài 16. Công thức tính góc trong không gian

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=5+t \\ y=-2+t \\ z=4+\sqrt{2}t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường

thẳng $d': \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{\sqrt{2}}$. Hãy xác định góc giữa đường thẳng d và đường thẳng d' .

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-m} = \frac{z-2}{-3}$, $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tất cả giá trị thực của m để d_1 vuông góc với d_2

- A.** $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = 5$.
- Câu 3:** Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t\sqrt{2} \\ z = 2 + t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t\sqrt{2} \\ z = 2 + mt \end{cases}$. Tìm giá trị của m sao cho góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 60° .
- A.** $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1$ và $m = -1$. **D.** $m = 0$.
- Câu 4:** Gọi α là góc giữa đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 6 = 0$ Khi đó:
- A.** $\alpha = 90^\circ$. **B.** $\alpha = 45^\circ$. **C.** $\alpha = 60^\circ$. **D.** $\alpha = 30^\circ$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tính sin của góc giữa trục Ox và mặt phẳng (P) .
- A.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{2\sqrt{14}}{14}$. **C.** $\frac{3\sqrt{14}}{14}$. **D.** $\frac{\sqrt{14}}{14}$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1; -2; 0), B(0; 1; 1), C(2; -1; 3)$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .
- A.** 45° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 60° .
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai mặt phẳng $(P): 8x - 4y - 8z - 11 = 0$ và $(Q): \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$.
- A.** $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x - y - 11 = 0$ bằng bao nhiêu?
- A.** 45° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 60° .
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 4x + my + mz + 1 = 0$ và $(Q): x - y - 3 = 0$. Có bao nhiêu giá trị của m sao cho góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 60° ?
- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, xác định tất cả các giá trị thực của tham số m để hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + my + 2mz + 4 = 0$ và $(\beta): 6x - y - z + 3 = 0$ vuông góc với nhau.
- A.** $m = 3$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = -4$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0; 0; 0), B(0; 1; 0), C(1; 1; 0), A'(0; 0; 1)$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(A'BC)$.
- A.** $\varphi = 135^\circ$. **B.** $\varphi = 45^\circ$. **C.** $\varphi = 90^\circ$. **D.** $\varphi = 60^\circ$.
- Câu 12:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a, CD = DA = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy $ABCD$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .
- A.** $\frac{3\sqrt{15}}{15}$. **B.** $\frac{2\sqrt{15}}{15}$. **C.** $\frac{4\sqrt{15}}{15}$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{15}$.

- Câu 13:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $2a$, góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy là 60° . Gọi M là trung điểm BC . Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng $A'C$ và AM .
- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 14:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SBC) biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .
- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 15:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$; $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN .
- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Bài 17. Phương trình mặt cầu

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$. Xác định toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $I(3; -1; 2), R = 2$. B. $I(-3; 1; -2), R = 2$.
C. $I(-3; 1; -2), R = 4$. D. $I(3; -1; 2), R = 4$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 2 = 0$. Xác định toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $I(1; 2; -1), R = 2\sqrt{2}$. B. $I(-1; -2; 1), R = 2\sqrt{2}$.
C. $I(2; 4; -2), R = \sqrt{2}$. D. $I(2; 4; 2), R = 8$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (C) có tâm $I(1; 1; -2)$ và bán kính $R = 3$.
- A. $(C): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$. B. $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.
C. $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$. D. $(C): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.
- Câu 4:** Mặt cầu (C) có tâm $I(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là
- A. $(C): x^2 + y^2 + z^2 = 4$. B. $(C): x^2 + y^2 + z^2 = 16$.
C. $(C): 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 1$. D. $(C): 16x^2 + 16y^2 + 16z^2 = 1$.
- Câu 5:** Mặt cầu (C) có tâm $I(1; 0; -2)$ và đi qua điểm $B(4; -4; -2)$ có phương trình là
- A. $(C): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$. B. $(C): (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 5$.
C. $(C): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$. D. $(C): (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$.
- Câu 6:** Mặt cầu (C) có tâm $I(0; 1; -3)$ và đi qua điểm $B(1; 0; 1)$ có phương trình là
- A. $(C): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 6z - 8 = 0$. B. $(C): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 6z + 8 = 0$.
C. $(C): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 6z - 8 = 0$. D. $(C): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 6z + 8 = 0$.
- Câu 7:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7), B(-3; 8; -1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

- A.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$. **B.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$.
- C.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$. **D.** $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; 2), B(-2; 2; 1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là
- A.** $(x+1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}$. **B.** $(x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{14}}{2}$.
- C.** $(x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}$. **D.** $(x+1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{14}}{2}$.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm $I(1; -3; 2)$ tiếp xúc với mặt phẳng (P)
- A.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{16}{9}$. **B.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \frac{16}{9}$.
- C.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \frac{4}{3}$. **D.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{4}{3}$.
- Câu 10:** Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu trong không gian $Oxyz$
- A.** $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$.
- C.** $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 7 = 0$. **D.** $x^2 - y^2 - z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$.
- Câu 11:** Một máy Rađa có tầm hoạt động với bán kính tối đa là 20 km. Ta xét trong không gian $Oxyz$ với tâm O là vị trí máy Rađa, 1 đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 10 km trên thực tế. Hỏi trong không gian $Oxyz$ trên, vật thể có tọa độ tương ứng với đáp án nào dưới đây sẽ bị Rađa phát hiện?
- A.** $M(1; 0; 2)$. **B.** $N(2; -1; 1)$.
- C.** $P(1; 1; \sqrt{2})$. **D.** $Q(3; 0; 0)$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2; 2; 0)$ và $A(1; 2; 2)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là
- A.** $(x+2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$. **B.** $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.
- C.** $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \sqrt{5}$. **D.** $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.
- Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I , tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là:
- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 13$.
- C.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Phần 2: Câu hỏi TNKQ Đúng - Sai

Bài 14. Phương trình mặt phẳng

- Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z - 6 = 0$.
- a)** Véc tơ $\vec{n} = (1; 2; 2)$ là một vector pháp tuyến của (α) .

- b)** Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z + 15 = 0$
- c)** Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x - y = 0$.
- d)** Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng thì tọa độ $M\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}; 2\right)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 2; 1), B(-2; 1; 3), C(2; -1; 1)$ và $D(0; 3; 1)$.

- a)** Phương trình mặt phẳng (ABC) là $3x + y + 5z - 10 = 0$.
- b)** Bốn điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện.
- c)** Mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD có một vector pháp tuyến là $\vec{a} = (4; -2; 7)$.
- d)** Có 2 mặt phẳng đi qua 2 điểm A, B sao cho khoảng cách từ C và D đến mặt phẳng đó bằng nhau. Cả 2 mặt phẳng này đều đi qua điểm $M(1; 2; 1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$

- a)** Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (3; 3; 2)$.
- b)** Mặt phẳng đi qua C và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là $x - y = 0$.
- c)** Mặt phẳng chứa đường thẳng AB và vuông góc với (ABC) có phương trình là $x + y - 3z + 2 = 0$.
- d)** Gọi $M(a; b; c) \in (Oyz)$ sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ nhỏ nhất, khi đó $3(a + b) + c = 5$.

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 1; 1)$ và hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$, $(Q): -x + 2y - 2z + 1 = 0$.

- a)** Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau.
- b)** Điểm A thuộc mặt phẳng (P) .
- c)** Khoảng cách $d(A, (Q)) = 2$.
- d)** Gọi điểm $B(x_0; y_0; z_0) \in (Q)$ sao cho khoảng cách AB ngắn nhất, khi đó ta có $x_0 + y_0 + z_0 = 43$.

Bài 15. Phương trình đường thẳng trong không gian

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

- a)** Điểm $M(1; 3; 2)$ nằm trên đường thẳng d .
- b)** Một VTCP của d là $\vec{u}(1; 3; 2)$
- c)** Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.
- d)** Đường thẳng d và đường thẳng $d': \begin{cases} x = -3t \\ y = t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$ là hai đường chéo nhau.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+4}{3} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z+2}{1}$

a) Điểm $M(3; -4; 1)$ nằm trên đường thẳng d .

b) Một VTCP của d là $\vec{u}(-3; 4; -1)$

c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

d) Đường thẳng Δ song song với d và cắt cả hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và

$d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$ có phương trình là $\Delta: \frac{x+4}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$

a) Điểm $M(1; -1; 1)$ nằm trên đường thẳng d .

b) Một VTCP của d là $\vec{u}(2; 1; -1)$

c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$.

d) Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với d thì phương trình đường thẳng Δ là

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$$

Câu 4: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$

a) Điểm $M(1; 3; -2)$ nằm trên đường thẳng d .

b) Một VTCP của d là $\vec{u}(-1; 1; 2)$.

c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

d) Phương trình đường vuông góc chung của d và đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = -3t \\ y = t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$ là

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2}.$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+4}{-2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

a) Đường thẳng Δ song song với đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là: $(4; -2; 4)$.

b) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

- c) Điểm $K(3;5;2)$ thuộc vào đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d .
- d) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}.$$

Bài 16. Công thức tính góc trong không gian

Câu 1: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}$. Xét (d) là đường thẳng thay đổi đi qua $M(1;-2;1)$ và nằm trong $\text{mp}(P)$.

- a) Góc giữa Δ và $\text{mp}(P)$ bằng $60^\circ 30'$ (làm tròn đến phút).
- b) Nếu d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;0)$ thì góc tạo bởi d và Δ bằng 30° .
- c) Tồn tại đúng hai đường thẳng d thỏa mãn giả thiết mà d tạo với Δ một góc bằng 30° .
- d) Nếu d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (m;-20;3)$, $m \in \mathbb{Z}$ và $(\widehat{d, \Delta}) = 30^\circ$ thì $m > 0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 3+2t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

- a) Điểm $A(1;3;-2)$ không thuộc đường thẳng d_1 .
- b) Đường thẳng d_2 có một vtcp là $\vec{u}_2 = (-1;-2;1)$.
- c) Cosin góc tạo bởi d_1, d_2 là $\frac{-1}{2}$.
- d) Gọi hình chiếu của d_2 trên mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ là đường thẳng Δ . Khi đó điểm $N(2;5;-4)$ nằm trên đường thẳng Δ .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q): x + (2m-1)z + 7 = 0$, với m là tham số thực. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau.

- a) Khi $m = \frac{1}{4}$, mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.
- b) Có 1 giá trị m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$.
- c) Tồn tại giá trị của m để mặt phẳng (P) và (Q) trùng với nhau.
- d) Cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (Q) .

Gọi β góc giữa mặt (P) và mặt phẳng (Q) $\cos \beta = \frac{4}{9}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): mx - 2y + (m-1)z - 1 = 0$

- a) Với $m = -2$ thì $\Delta \perp (P)$
- b) Với $m = 1$ thì Δ song song hoặc nằm trên (P)
- c) Với $m = -1$, góc giữa Δ và (P) là α thì $\cos \alpha = \frac{4\sqrt{5}}{9}$

- d)** Có hai giá trị m để Δ tạo (P) góc 30° , tổng hai giá trị này bằng $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $b > 0$). Tổng $a+b^2 = -2$
- Câu 5:** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x - y + 2 = 0$, $(Q): x + y - z - 3 = 0$, $(R): x + y + 2z - 1 = 0$
- a)** Côsin góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 0 .
- b)** Góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 0° .
- c)** Côsin góc giữa hai mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (R) bằng 0 .
- d)** Côsin góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) bằng 1 .
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có ba điểm $S(0;0;3)$, $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;2;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$
- a)** Côsin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ABC) bằng 0 .
- b)** Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ABC) bằng 90° .
- c)** Côsin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{3}{7}$.
- d)** Côsin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (P) bằng $\frac{10\sqrt{3}}{21}$.

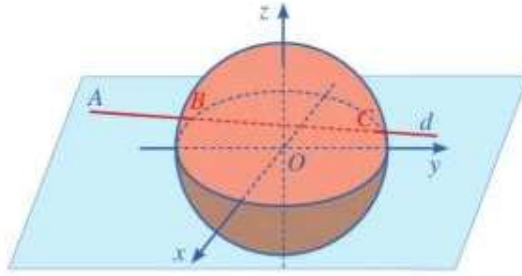
Bài 17. Phương trình mặt cầu

- Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$
- a)** Đường kính mặt cầu bằng 8 .
- b)** Mặt cầu (S) đi qua điểm $A(-1;3;0)$.
- c)** Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Oyz) bằng 2 .
- d)** Mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - 2z - 2 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu (S) .
- Câu 2:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(10; 20; 30)$ với bán kính phủ sáng là 3 km
- a)** Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x-10)^2 + (y-20)^2 + (z-30)^2 = 3000^2$.
- b)** Người đi biển ở vị trí $A(50;20;0)$ nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.
- c)** Người đi biển ở vị trí $B(4030; 50; 40)$ nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.
- d)** Nếu hai người đi biển có thể nhìn thấy ánh sáng của ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 6 km.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(1;0;3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Ox và đi qua hai điểm A, B
- a)** Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) có dạng $I(a;0;0)$.
- b)** Bán kính của mặt cầu (S) là $R = 9$.
- c)** Mặt cầu (S) có phương trình là $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$.

- d)** Điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $P = MA^2 + MB^2 + MI^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $T = x + y + z = 2$.

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa $600km$. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc $900 km/h$ theo đường thẳng d có phương

$$\text{trình } \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).}$$



- a)** Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng $300 km$.
- b)** Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$.
- c)** Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M(-500; 100; 100\sqrt{11})$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.
- d)** Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

Phần 3: Câu hỏi TNKQ trả lời ngắn

Bài 14. Phương trình mặt phẳng

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(4;1;2)$ và cách đều hai điểm $C(-2;1;-1)$, $D(0;-3;1)$ có dạng $ax + by + cz + 1 = 0$ ($a < 0$). Tính $P = a + b + c$.
- Câu 2:** Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$ là trực tâm của $\triangle ABC$ với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có dạng $mx + ny + pz - 14 = 0$, ($m, n, p \in \mathbb{Z}$). Khi đó $m + n + p$ bằng bao nhiêu?
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 5 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua hai điểm A, B , đồng thời vuông góc (P) là $2x - ay - bz + c = 0$. Giá trị của biểu thức $a + 2b + 3c$ bằng
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + by + cz + d = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + 3y + z - 7 = 0$, $(Q): x - y + z + 1 = 0$. Khi đó d bằng

Bài 15. Phương trình đường thẳng trong không gian

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;3;1), N(-2;1;-2), P(1;2;3), Q(2;-1;2), S(1;2;-3)$. Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua bao nhiêu điểm trong số các điểm đã cho?

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; và $d_2: \begin{cases} x = 5-3t \\ y = -1+2mt; m, t \in \mathbb{R} \\ z = 2+t \end{cases}$. Tìm giá trị tham số m để 2 đường thẳng $d_1; d_2$ vuông góc nhau.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3+2t \\ y = -2+3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 6+4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 5+t' \\ y = -1-4t', t' \in \mathbb{R} \\ z = 20+t' \end{cases}$ có tọa độ là $M(a;b;c)$. Xác định giá trị $a+b+c$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-6}{5}$ có dạng $\begin{cases} x = a+4t \\ y = -2+bt \\ z = 1+ct \end{cases}$. Tính $a+b+2c$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1-4t \\ z = 6+6t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d_3 qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với cả d_1, d_2 có dạng $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{b} = \frac{z-a}{c}$. Tính $a+b+c$.

Bài 16. Công thức tính góc trong không gian

Câu 1: Trong không gian, với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2-t \\ y = -1+4t \\ z = 3+3t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-4t \\ z = -2-3t \end{cases}$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$. Biết $\cos(AB;CD) = \frac{1}{\sqrt{a}}$. Tính $P = 2a$.

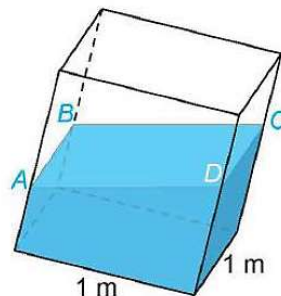
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+2024=0$. Góc giữa đường thẳng Δ với mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu độ?

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Gọi đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) . Biết sin của góc giữa (d) với mặt phẳng (Oxy) bằng $\frac{a}{b}$ (a và b là hai số nguyên tố cùng nhau).

Tính $a + b$

Câu 5: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}$. Xét 2 đường thẳng (d) đi qua $M(1; -2; 1)$, nằm trong (P) và hợp với đường thẳng (Δ) góc 30° . Biết rằng các đường thẳng (d) đó lần lượt có các VTCP là $(9; a; b)$ và $(-29; c; d)$. Tính $a + b + c + d$

Câu 6: Trong một bể hình lập phương cạnh 1m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, B, C đến đáy bể tương ứng là $40cm, 44cm, 48cm$. Gọi α là góc giữa cạnh bên của hình lập phương với mặt nước. Tính giá trị của biểu thức $P = \sqrt{2508} \sin \alpha$.



Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, góc (tính theo đơn vị độ) giữa hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 5 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$ bằng

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2 = 0$ và mặt phẳng $(Q): (m+3)x + my + mz + 5 = 0$, biết góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 30° , khi đó giá trị của m bằng

Câu 9: Một căn gác có chiếc cửa sổ trời như hình vẽ. Tính góc (theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần mười) giữa mặt nghiêng của chiếc cửa sổ trời với mặt sàn. Biết rằng khi mặt trời chiếu vuông góc với mặt sàn thì hình chiếu của chiếc cửa sổ là một hình vuông có cạnh 1,5 m và chiều cao so với mặt sàn của các điểm A, B, C lần lượt là 1,2 m, 1,3 m và 2,4 m (xem hình vẽ minh họa).



Câu 10: Một ngôi nhà gồm hai phần mái dốc số 1 và số 2 (tham khảo hình vẽ bên dưới), Biết rằng số đo của các cạnh $AB = 3m, BO = 2m, OC = 4m, CD = 3m$ và độ dốc của mái số 1 bằng 45° , độ dốc mái số 2 bằng 30° . Giả sử các mặt bên của tòa nhà vuông góc với nhau, khi đó góc (tính theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần mười) giữa hai mặt phẳng (ABO) và (CDO) bằng



Bài 17. Phương trình mặt cầu

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (C) tâm $I(2;1;-3)$ và đi qua $M(1;-1;-5)$ có phương trình $(C): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + ax + by + cz + d = 0$. Giá trị biểu thức $T = a + b - c + d$ bằng bao nhiêu?
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và $B(0;2;1)$. Biết mặt cầu đường kính AB có dạng $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = d$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a - b + 4c + 2d$.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua 4 điểm có tọa độ lần lượt là $A(2;0;0)$, $B(-1;0;1)$, $C(0;0;3)$, $D(1;1;-1)$. Tâm của mặt cầu (S) là $I(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b - c$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;2)$ và có một tiếp tuyến là đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính $T = a + b + c - d$.
- Câu 5:** Cho điểm $I(0;0;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Tìm bán kính mặt cầu (C) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Phần 4: Tự luận

Bài 14. Phương trình mặt phẳng

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1;-2;-2)$, vuông góc với mặt phẳng (Oxz) đồng thời khoảng cách từ điểm $B(3;1;-3)$ đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) .
- Câu 2:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;4)$, $B(6;-3;0)$ và mặt phẳng (P) sao cho $d(B;(P)) = 2d(A;(P))$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm trên đoạn thẳng AB . Tìm tọa độ điểm I .
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và cách điểm M một khoảng lớn nhất.

Bài 15. Phương trình đường thẳng trong không gian

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Viết phương trình đường thẳng AB
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;5)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Hãy viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P)
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy viết phương trình tham số của đường thẳng (Δ) qua $M(2;3;1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$ và $(Q): x + 3y - 2z + 3 = 0$

Bài 16. Công thức tính góc trong không gian

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, Gọi S là tập hợp các giá trị m để đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = -2 + mt \\ z = 1 - t \end{cases}$

với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + s \\ y = -1 - s \\ z = 1 + 2ms \end{cases}$ một góc 60° . Tính tích giá trị của các phần tử trong tập S .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O , thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng nhỏ nhất. Khi đó cosin của góc giữa d và trục tung bằng bao nhiêu?

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$, $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 tạo với đường thẳng d_2 một góc 45° .

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x - y + 5z + 2 = 0$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) .

Bài 17. Phương trình mặt cầu

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 8 = 0$ có phương trình $(C): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính giá trị của biểu thức $a + b + c + 2d$.

Câu 2. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 11$. Đường thẳng d là tiếp tuyến của mặt cầu (C) tại điểm $A(2; 1; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Hãy viết phương trình đường thẳng d .

CHƯƠNG VI. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Phần 1: Câu hỏi TNKQ nhiều lựa chọn

Bài 18. Xác suất có điều kiện

- Câu 1:** Cho hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,1997, P(B) = 0,1994$. Tính $P(A|B)$.
A. 0,1963. B. 0,1972. C. 0,1994. D. 0,1997.
- Câu 2:** Cho hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,2025, P(B) = 0,2026$. Tính $P(B|\bar{A})$.
A. 0,2026. B. 0,2025. C. 0,7974. D. 0,7975.
- Câu 3:** Một hộp kín có 10 thẻ màu đỏ và 15 thẻ màu xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ, không trả lại. Xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ màu xanh, biết rằng lần thứ nhất đã lấy được thẻ màu đỏ.
A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{7}{12}$. D. $\frac{15}{24}$.
- Câu 4:** Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,6, P(B) = 0,8, P(A \cap B) = 0,4$. Tính $P(B|A)$.
A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{7}$.
- Câu 5:** Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,6, P(B) = 0,8, P(AB) = 0,4$. Tính $P(\bar{A}|B)$.
A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{7}$.
- Câu 6:** Một công ty bất động sản đầu giá quyền sử dụng hai mảnh đất độc lập. Khả năng trúng đầu giá cao nhất của mảnh đất số 1 là 0,7 và mảnh đất số 2 là 0,8. Xác suất để công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 là
A. 0,8. B. 0,7. C. 0,75. D. 0,6.
- Câu 7:** Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,85, P(B) = 0,7, P(\bar{A}\bar{B}) = 0,58$. Tính $P(\bar{A}B)$.
A. 0,39. B. 0,37. C. 0,43. D. 0,52.
- Câu 8:** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm.
A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 9:** Trong một hộp có 4 viên bi màu trắng và 9 viên bi màu đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi lần một viên bi trong hộp, không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đen, biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đen là
A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{9}{11}$.
- Câu 10:** Trong một hộp kín có 30 thẻ Ticket, trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Bạn Mai Linh được chọn lên bốc thăm lần lượt hai thẻ, không trả lại. Xác suất để cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng là
A. $\frac{1}{458}$. B. $\frac{1}{285}$. C. $\frac{1}{870}$. D. $\frac{1}{435}$.

Bài 19. Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes

Câu 1: Một hộp có 60 viên bi màu xanh và 40 viên bi màu đỏ; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, số lượng viên bi có dán nhãn được cho trong bảng sau:

Dán nhãn Màu bi	Có dán nhãn	Không dán nhãn
Đỏ	30	10
Xanh	30	30

Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, gọi A là biến cố “Viên bi được chọn có dán nhãn” và B là biến cố “Viên bi được chọn có màu đỏ”. Giá trị biểu thức

$$P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) \text{ bằng}$$

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2: Khảo sát thị lực của 100 học sinh ta thu được bảng số liệu sau

Giới tính Thị lực	Nam	Nữ
Có tật khúc xạ	18	12
Không có tật khúc xạ	32	38

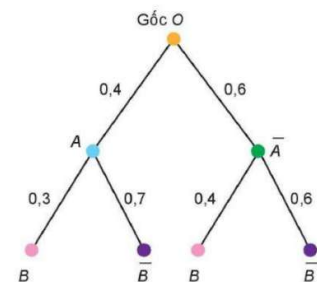
Chọn ngẫu nhiên một bạn trong số 100 bạn học sinh nói trên. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn có tật khúc xạ” và B là biến cố “Học sinh được chọn là nữ”. Giá trị biểu thức

$$P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) \text{ bằng}$$

- A. 0,5. B. 0,4. C. 0,3. D. 0,24.

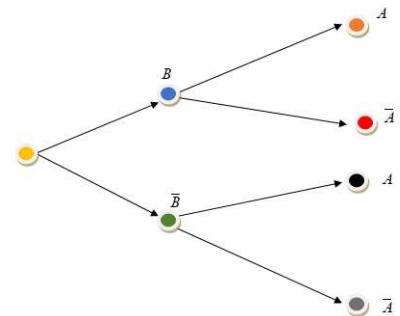
Câu 3: Cho sơ đồ hình cây như sau
Tính xác suất của biến cố B .

- A. 0,36.
B. 0,12.
C. 0,51.
D. 0,24.

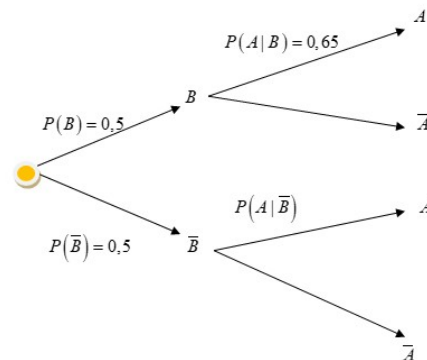


Câu 4: Trong một trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 12A, cô giáo chủ nhiệm treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Bình hái bông hoa đầu tiên, sau đó bạn An hái bông hoa thứ hai. Gọi A là biến cố “Bông hoa bạn An hái được chứa phiếu có thưởng” và B là biến cố “Bông hoa bạn Bình hái được chứa phiếu có thưởng”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất bạn An hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{5}$.



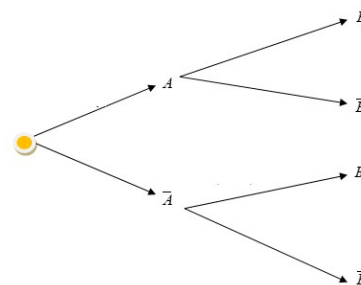
Câu 5: Theo một số liệu thống kê, tỉ lệ người Canada thừa cân là 59,2% và có 65% nam giới là thừa cân. Nam giới và nữ giới ở Canada đều chiếm 50% dân số cả nước. Chọn ngẫu nhiên một người Canada, gọi A là biến cố “Người được chọn là thừa cân” và B là biến cố “Người được chọn là nam giới”. Sơ đồ hình cây mô tả tình huống trên được cho trong hình sau:



Tỉ lệ nữ giới Canada thừa cân là

- A. 35%. B. 54,3%.
C. 53,4%. D. 50%.

Câu 6: Một đội tuyển thi bắn súng có 10 xạ thủ, bao gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng I và hạng II lần lượt là 0,75 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Chọn được xạ thủ hạng I” và B là biến cố “Viên đạn trúng mục tiêu”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu.



- A. 0,75. B. 0,66. C. 0,33. D. 0,6.

Câu 7: Cho hai biến cố A và B , với $P(B)=0,7$, $P(A|B)=0,6$, $P(A|\bar{B})=0,4$. Tính $P(A)$.

- A. 0,3. B. 0,54. C. 0,4. D. 0,6.

Câu 8: Giả sử tỉ lệ người có bệnh nền ở địa phương X là 20%, tỉ lệ người có bệnh nền có phản ứng phụ sau tiêm là 70%, tỉ lệ người không có bệnh nền có phản ứng phụ sau tiêm là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của địa phương X thì khả năng mà người đó có phản ứng phụ sau tiêm là bao nhiêu phần trăm?

- A. 15%. B. 29%. C. 31%. D. 26%.

Câu 9: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn 1 viên đạn. Tính xác suất để viên đạn trúng đích.

- A. 0,74. B. 0,7. C. 0,9. D. 0,3.

Câu 10: Một két nước ngọt đựng 24 chai nước có khối lượng và hình thức bề ngoài như nhau, trong đó có 16 chai loại I và 8 chai loại II. Bác Tùng lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai chai (lấy không hoàn lại). Xét các biến cố: A : “Lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I”; B : “Lần thứ hai lấy ra chai nước loại I”. Hỏi xác suất lần thứ hai bác Tùng lấy ra được chai nước loại I là bao nhiêu?

- A. $\frac{8}{23}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{16}{23}$. D. $\frac{15}{23}$.

Câu 11: Một kho hàng có 90% sản phẩm loại I và 10% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 6% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I”;

B : “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”

Hỏi xác suất khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng là bao nhiêu?

- A. 0,905. B. 0,99. C. 0,94. D. 0,985.

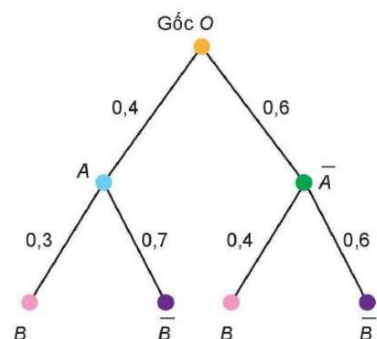
Câu 12: Có 50 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 50 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

- A. 0,45. B. 0,4. C. 0,3. D. 0,35.

Câu 13: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Xác suất của biến cố B với điều kiện A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$. B. $P(A|B) = \frac{P(A).P(\bar{A}|B)}{P(B)}$.
C. $P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)}$. D. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

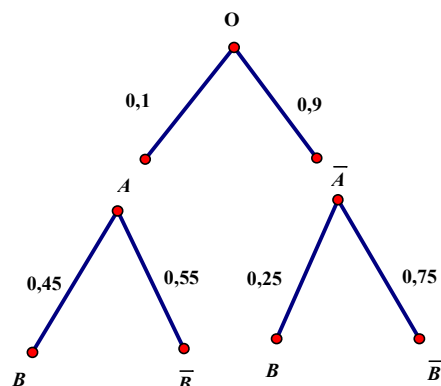
Câu 14: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một địa phương X có 40% học sinh lựa chọn khối C01 (gồm các môn Toán - Văn - Vật lí - Công nghệ). Biết rằng tỉ lệ, nếu một học sinh chọn tổ hợp C01 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 30%; còn nếu học sinh đó không chọn tổ hợp C01 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 40%. Gọi A là biến cố “Học sinh đó chọn tổ hợp C01” và B là biến cố “Học sinh đó đỗ đại học”. Từ đó ta có sơ đồ hình cây như hình dưới đây



Chọn ngẫu nhiên một học sinh đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp C01.

- A. $\frac{12}{13}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 15: Tỉ lệ người mắc bệnh nền ở một địa phương là 0,1. Một loại vaccine phòng cúm được tiêm ở địa phương đó. Người bị bệnh nền thì xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,45. Còn người không mắc bệnh nền thì có xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,25. Chọn ngẫu nhiên một người tiêm vaccine và người này có phản ứng phụ. Gọi A là biến cố “người được chọn mắc bệnh nền”, B là biến cố “người này có phản ứng phụ”. Ta có sơ đồ hình cây như hình dưới đây



Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{102}{191}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{121}{134}$.

Câu 16: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,45; P(A|B) = 0,25$. Khi đó $P(B|A)$ bằng

- A. $\frac{12}{25}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{9}{32}$. D. $\frac{11}{25}$.

Câu 17: Có hai đội thi đấu môn bơi lội. Đội I có 4 vận động viên, đội II có 6 vận động viên. Xác suất đạt huy chương bạc của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,7 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương bạc. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I.

- A. $\frac{8}{11}$. B. $\frac{11}{16}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{7}{16}$.

Câu 18: Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất $0,8$ và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là 10% . Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là

- A. $\frac{891}{911}$. B. $\frac{891}{911}$. C. $\frac{123}{892}$. D. $\frac{213}{911}$.

Câu 19: Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100% . Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm X, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 70% , còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 10% . Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con. Khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là:

- A. $\frac{91}{100078}$. B. $\frac{91}{100078}$. C. $\frac{91}{300052}$. D. $\frac{91}{8999974}$.

Câu 20: Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là:

- A. $\frac{17}{25}$. B. $\frac{7}{25}$. C. $\frac{17}{29}$. D. $\frac{17}{75}$.

Phần 2: Câu hỏi TNKQ Đúng - Sai

Bài 18. Xác suất có điều kiện

Câu 1: Trong một hộp có 18 quả bóng đỏ và 2 quả bóng xanh, các quả bóng có kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng trong hộp và không hoàn lại.

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{20}$.
- b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{19}$, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh.
- c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{190}$.
- d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng đỏ là $\frac{189}{190}$.

Câu 2: Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông";

B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng".

- a) $P(A) = 0,4$.
- b) $P(B) = 0,625$.
- c) $P(A|B) = 0,75$.
- d) $P(B|A) = 0,48$.

Câu 3: Theo một số liệu thống kê của dự án Plan, tại một xã của một tỉnh Miền núi phía Bắc chỉ có 2 dân tộc Mông và Dao sinh sống có số trẻ em dưới 5 tuổi là 300 em, kết quả điều tra năm 2023 được cho như bảng dưới đây.

Dân tộc	Mông	Dao
Kết quả điều tra		
Suy dinh dưỡng	27	24
Không suy dinh dưỡng	153	96

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã.

Gọi A là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng.

Gọi B là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông. ($\bar{B}$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao).

Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) $P(B) = 0,6$.

b) $P(AB) = 0,102$.

c) Tỷ lệ trẻ em người Mông bị suy dinh dưỡng là 15%.

d) Tỷ lệ trẻ em người Dao bị suy dinh dưỡng là 85%.

Câu 4: Một lớp học có 16 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

A : "Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam";

B : "Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ".

Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) $P(B|A) = 0,625$.

b) $P(B|\bar{A}) = 0,6$.

c) $P(\bar{B}|A) = 0,4$.

d) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,375$.

Câu 5: Một hộp chứa 8 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy một quả bóng không hoàn lại rồi sau đó bạn Bình lấy một quả.

a) Xác suất để An lấy được bóng xanh là $\frac{4}{7}$.

b) Xác suất để An lấy được bóng xanh và Bình lấy được bóng đỏ là $\frac{24}{91}$.

c) Xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu xanh là $\frac{5}{13}$.

d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

Bài 19. Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes

Câu 1: Trong năm học vừa qua, ở trường đại học X, tỉ lệ sinh viên thi trượt môn Toán là 30%, thi trượt môn Tâm lý là 22%. Trong số các sinh viên trượt môn Toán có 40% sinh viên trượt môn Tâm lý. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên trường X. Sử dụng sơ đồ hình cây và cho biết các mệnh đề sau đúng hay sai:

a) Xác suất gặp sinh viên trượt cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,066.

b) Xác suất gặp sinh viên đậu cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,6.

c) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là 0,18.

d) Xác suất gặp sinh viên đầu môn Tâm lý là 0,726.

Câu 2: Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,9. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,85. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là 0,75.

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,1.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,2.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,35.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,7125.

Câu 3: Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A là biến cố “Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”.

a) $P(\overline{A}) = \frac{5}{12}$.

b) $P(B|A) = \frac{1}{15}$.

c) $P(B|\overline{A}) = \frac{12}{35}$.

d) $P(B) = \frac{14}{45}$.

Câu 4: Trường D có 1500 học sinh. Trong câu lạc bộ âm nhạc của trường, đa số học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, với học sinh không tham gia câu lạc bộ cũng có một số học sinh biết chơi đàn. Khảo sát số học sinh biết chơi đàn Guitar của trường D cho kết quả như sau:

Số học sinh \ Kết quả	Kết quả	
	Biết chơi guitar	Không biết chơi guitar
Tham gia câu lạc bộ	255	45
Không tham gia câu lạc bộ	120	1080

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Gọi A là biến cố: “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc” và B là biến cố: “Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar”. Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau:

a) $P(A) = 0,2$.

b) $P(B|A) = 0,82$.

c) $P(B) = 0,26$.

d) $P(A|B) = 0,68$.

Phần 3: Câu hỏi TNKQ trả lời ngắn

Bài 18. Xác suất có điều kiện

- Câu 1:** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6, biết rằng có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt ba chấm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy)
- Câu 2:** Cho $P(A) = \frac{2}{5}; P(B) = \frac{2}{3}; P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tính $P(A|B)$
- Câu 3:** Lớp 10A có 40 học sinh trong đó các bạn đều biết chơi ít nhất một trong hai loại đàn là organ và guitar, trong đó có 27 bạn biết chơi đàn organ, 25 bạn biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Tính xác suất chọn được bạn biết chơi đàn organ, biết bạn đó chơi được đàn guitar.
- Câu 4:** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách 20m với xác suất trúng thỏ là 0,5, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách 30m, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách 50m. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắn. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy)
- Câu 5:** Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chiếc bề ngoài giống hệt nhau trong đó chỉ có hai chiếc mở được cửa kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra khỏi chùm chìa khóa). Tìm xác suất để lần thứ ba thì anh ta mới mở được cửa. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy)

Bài 19. Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes

- Câu 1:** Một cái hộp có chứa 40 quả cầu màu đỏ và 60 quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

Đánh số	Có đánh số	Không đánh số
Màu quả cầu		
Đỏ	20	20
Vàng	36	24

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

A : “Quả cầu lấy ra có đánh số”.

B : “Quả cầu lấy ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

- Câu 2:** Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?
- Câu 3:** Giả sử tỷ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỷ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỷ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi? (làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 4:** Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Chuồng	Chuồng I	Chuồng II
Màu		

Thỏ trắng	9	13
Thỏ nâu	11	7

Bạn An bắt ngẫu nhiên một chú thỏ trắng, tính xác suất thỏ trắng đó thuộc chủng II? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 5: Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Xưởng Loại máy	Xưởng I	Xưởng II
Loại 1	23	19
Loại 2	27	31

Mỗi ngày Bình sẽ làm việc cho một xưởng ngẫu nhiên và phụ trách ngẫu nhiên một loại máy loại 1 hoặc 2. Hôm nay Bình gieo ngẫu nhiên một xúc xắc cân đối. Nếu xuất hiện mặt 3 chấm thì Bình đi làm xưởng I và ngược lại thì qua làm xưởng II. Giả sử Bình phụ trách máy loại 2, tính xác suất đó là máy của xưởng I? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6: Một loại thuốc do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là: 6%; 7%. Trong một lô thuốc được bán ra thị trường gồm 450 sản phẩm của nhà máy I và 550 sản phẩm của nhà máy II . Một khách hàng đã mua ngẫu nhiên một sản phẩm của lô hàng đó. Giả sử thuốc được mua là phế phẩm. Tính xác suất sản phẩm thuốc được mua này thuộc nhà máy I (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).

Phần 4: Tự luận

Bài 18. Xác suất có điều kiện

Câu 1: Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	572	2440

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả đến chữ + số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Câu 2: Một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn, lấy không trả lại về hộp. Tính xác suất để lần thứ 2 lấy được bóng bàn loại II biết rằng lần thứ nhất lấy được bóng bàn loại II.

Câu 3: Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho bạn Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu?

Câu 4: Giả sử bạn đang xét một căn bệnh hiếm gặp. Tỷ lệ mắc bệnh trong dân số là 0.5%. Có một xét nghiệm cho căn bệnh này, và xét nghiệm này có các đặc tính sau:

- Nếu người bệnh mắc bệnh, thì xét nghiệm dương tính với xác suất 98%.
- Nếu người bệnh không mắc bệnh, thì xét nghiệm âm tính với xác suất 95%.

Một bác sĩ thực hiện xét nghiệm cho một người có kết quả xét nghiệm là dương tính?. Tính xác suất người đó mắc bệnh.

Câu 5: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại

lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Bài 19. Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes

- Câu 1:** Một hộp có 60 viên bi màu xanh và 40 viên bi màu đỏ; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, người ta thấy: có 50% số viên bi màu xanh có dán nhãn và 75% số viên bi màu đỏ có dán nhãn; những viên bi còn lại không dán nhãn.
a) chọn số thích hợp điền vào ô trống trong bảng sau (đơn vị: viên bi)

Dán nhãn		
Màu bi	Có dán nhãn	Không dán nhãn

b) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xét hai biến cố sau:

A: “Viên bi được chọn ra có dán nhãn”

B: “Viên bi được chọn ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần, tính xác suất để viên bi được lấy ra có dán nhãn.

- Câu 2:** Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố H, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,7 và 0,2. Xác suất có mưa vào buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,1 \cdot 0,7 + 0,9 \cdot 0,2 = 0,25.$$

- Câu 3:** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 90%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường mỗi bóng đèn đều được qua kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo, nên một bóng đèn tốt có xác suất 0,9 được công nhận là tốt, và một bóng đèn hỏng có xác suất 0,95 bị loại bỏ. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn được đưa ra thị trường..

- Câu 4:** Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: “Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?” và “Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?”. Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%.

Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu?

- Câu 5:** Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 70% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 30% chi tiết. Khoảng 95% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 80% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất.

- Câu 6:** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là: Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 98%. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 98 trong 100 trường hợp không mắc bệnh (tức là có 2 người không mắc bệnh nhưng xuất hiện dương tính “giả”). Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu

----- HẾT -----